Análisis matemático II
Ingeniería de tecnologías y servicios de telecomunicación
Curso 2016-2017

Examen final, 17 de mayo de 2017

1. Hallar los puntos críticos de la función $f(x,y) = x^2 + y^2 + xy - 2x - 4y + 10$ y determinar si son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.

2. Calcular la distancia mínima entre los puntos de la *gráfica* de la función $h(x,y) = \dfrac{1}{xy}$ y el origen de coordenadas $(0,0,0)$.

3. Hallar el volumen del sólido de $\mathbb{R}^3$ limitado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$, el cilindro $x^2 + y^2 = 4$ y el plano $z = 0$.

4. Calcular el promedio de la distancia al origen $(0,0,0)$ de los puntos de la curva $\gamma(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$.

5. Sea $\vec{F}$ el campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (yz^2,\, xz^2,\, 2xyz)$. Sea γ la curva en $\mathbb{R}^3$ que consta de dos partes: la porción de hélice $\gamma_1(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t)$ desde $t = 0$ hasta $t = 2\pi$, y el segmento vertical que va desde $(1,0,2\pi)$ hacia $(1,0,0)$. Calcular $\int_\gamma \vec{F} \cdot \vec{ds}$.

6. Hallar la integral de campo sobre superficie $\int_\Gamma \vec{F} \cdot \vec{dS}$, donde $\vec{F}$ es el campo $\vec{F}(x,y,z) = (x, -y, z^2)$, y donde Γ es la superficie esférica $\{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ de radio 1 orientada hacia el exterior.

7. Sea $\vec{F}$ el campo $\vec{F}(x,y,z) = (y, y^2, xz)$. Supongamos que $\vec{F}$ representa el campo de velocidades (en metros por segundo) de un fluido. Calcular cuántos metros cúbicos de fluido por segundo cruzan el plano YZ a través del cuadrado $\{(y,z) : 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$, donde x, y, z se miden en metros.