Análisis matemático II
Ingeniería de tecnologías y servicios de telecomunicación
Curso 2016-2017

Tercer parcial, 12 de mayo de 2017

1. Sea σ la curva *plana* dada por $\sigma(t) = (\cos^3 t, \operatorname{sen}^3 t, 0)$ con $t \in [0, \pi/2]$. Sobre la curva σ se construye una pared (vertical) donde la altura en cada punto (x, y) de la curva σ viene dada por $f(x, y) = 1 + y$. Hallar el área de esa pared.

2. Calcular el área de la porción del paraboloide $z = x^2 + y^2$ comprendida entre las cotas $z = 0$ y $z = 4$.

3. Hallar la masa de la superficie esférica $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ de radio 1, si en cada punto (x, y, z) la densidad viene dada por la distancia entre (x, y, z) y el punto $(0, 0, -1)$.

4. Calcular la integral de campo sobre curva $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{s}$, donde el campo $\vec{F}$ es $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ y donde la curva γ viene dada por

$$\gamma(t) = \left(e^{t^2 \cos \pi t},\, t \operatorname{sen}(\pi(e^{t-1})),\, t^{1/2} + t^{1/3}\right), \quad \text{con } t \in [0, 1] .$$

5. Hallar la integral de campo sobre superficie $\int_\Gamma \vec{F} \cdot \vec{dS}$, donde $\vec{F}$ es el campo $\vec{F}(x, y, z) = (5\,x^3, 5\,y^3, -9z)$, y donde Γ es la superficie esférica $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ de radio 1 orientada hacia el exterior.

6. Sea $\vec{F}$ el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (z, x^2, y^2)$. Supongamos que $\vec{F}$ representa el campo de velocidades (en metros por segundo) de un fluido. Calcular cuántos metros cúbicos de fluido por segundo cruzan el plano XY a través del cuadrado $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, donde x, y, z se miden en metros.