

## PREGUNTAS/RESPUESTAS PRÁCTICA 1, ANÁLISIS DE DATOS, 17-18

### Sobre el modelo

1. Identifica la variable dependiente y el factor de influencia.

La variable dependiente es la nota (entre 0 y 10, con dos decimales) obtenida en una cierta asignatura.

El factor de influencia es el grupo al que pertenece cada alumno. Tiene tres niveles: grupo 1, grupo 2 y grupo 3.

2. Describe el modelo matemático empleado: sus variables, sus hipótesis y el significado de sus parámetros.

Suponemos que las variables  $Y_1$ ,  $Y_2$  e  $Y_3$ , con las que modelamos la nota que se obtiene en cada grupo, son variables **normales independientes**, todas con la **misma varianza**  $\sigma^2$ .

Las variables tienen medias respectivas  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $\mu_3$ .

Las tres variables se pueden escribir, pues, como

$$Y_1 = \mu_1 + \sigma U_1, \quad Y_2 = \mu_2 + \sigma U_2, \quad Y_3 = \mu_3 + \sigma U_3,$$

donde  $U_1$ ,  $U_2$  y  $U_3$  son normales estándar independientes.

Los parámetros  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $\mu_3$  representan la nota media de (todos) los posibles alumnos de los grupos 1, 2 y 3.

El parámetro  $\sigma^2$  representa la variabilidad, que suponemos común a los tres grupos, de las notas en la asignatura.

El parámetro  $\mu$ , la media aritmética de los  $\mu_i$ , representa la nota media global de la asignatura.

### Sobre la estimación de los parámetros

3. Indica el valor estimado de las medias poblacionales desconocidas y el de la varianza común a las tres poblaciones.

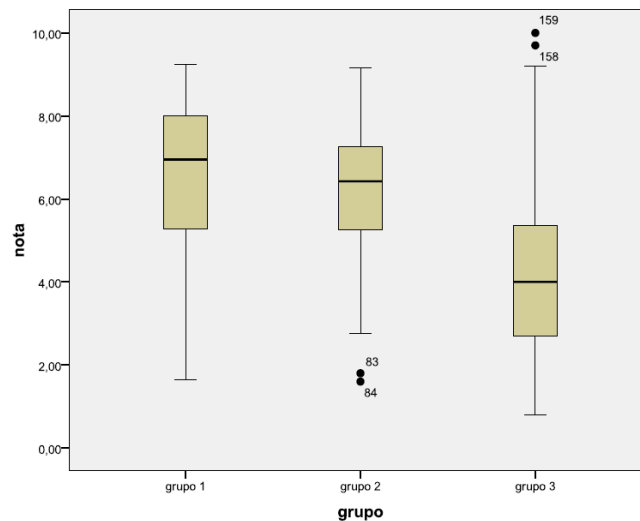
La muestra consta de 193 notas: 64 del grupo 1, 62 del grupo 2, y 67 del grupo 3. El diseño es (muy ligeramente) desequilibrado. Se obtiene la siguiente tabla con SPSS:

Descriptivos								
	N	Media	Desviación típica	Error estándar	95% del IC para la media		Mínimo	Máximo
					Límite inf	Límite sup		
Grupo 1	64	6,6847	1,64129	,20516	6,2747	7,0947	1,65	9,25
Grupo 2	62	6,2153	1,59879	,20305	5,8093	6,6213	1,60	9,15
Grupo 3	67	4,2925	2,21751	,27091	3,7516	4,8334	,80	10,00
Total	193	5,7035	2,11815	,15247	5,4027	6,0042	,80	10,00

La columna "media" contiene las tres medias muestrales, que sirven de estimadores de los parámetros  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $\mu_3$ , así como la media muestral total, que estima  $\mu$ .

La estimación para  $\sigma^2$  es  $s_R^2 = 3,422$  (véase la tabla ANOVA del apartado siguiente).

Este análisis descriptivo revela una cierta igualdad (en medias y varianzas) en los grupos 1 y 2, que parecen diferir de los resultados del grupo 3. Véase el siguiente diagrama de cajas, en el que también se señalan los datos atípicos.



### ***Sobre contrastes de hipótesis***

4. Escribe la hipótesis que se desea contrastar, por qué se plantea, y las conclusiones obtenidas tras el ANOVA

A la vista de los datos anteriores, planteamos la hipótesis

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

Como hipótesis  $H_1$  alternativa: hay al menos una pareja de medias que difieren.

Se obtiene, con SPSS, la siguiente tabla:

ANOVA					
	Suma cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Entre grupos	211,241	2	105,620	30,865	,000
Dentro de grupos	650,182	190	3,422		
Total	861,423	192			

El p-valor es extraordinariamente pequeño, lo que nos lleva a **rechazar** la hipótesis nula (y por tanto aceptar la alternativa): hay evidencia estadística más que suficiente como para concluir que la pertenencia a un grupo influye en la nota que se obtiene.

5. Describe los contrastes dos a dos realizados, y explica los resultados obtenidos en la tabla de Bonferroni.

La tabla de comparaciones de Bonferroni es la siguiente:

### Comparaciones múltiples

(I) grupo	(J) grupo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Grupo 1	Grupo 2	,46936	,32964	,468	-,3268	1,2656
	Grupo 3	2,39215*	,32333	,000	1,6112	3,1731
Grupo 2	Grupo 1	-,46936	,32964	,468	-1,2656	,3268
	Grupo 3	1,92279*	,32599	,000	1,1354	2,7102
Grupo 3	Grupo 1	-2,39215*	,32333	,000	-3,1731	-1,6112
	Grupo 2	-1,92279*	,32599	,000	-2,7102	-1,1354

\*. La diferencia de medias es significativa en el nivel 0.05.

Se han realizado tres contrastes (tantos como parejas de grupos hay), con un nivel  $\alpha_T$  total de 5% (en cada contraste se toma  $\alpha=5\%/3$ ). En la tabla aparecen 6 comparaciones, pero solo 3 de ellas son realmente distintas.

A la vista de los resultados, aceptamos la hipótesis  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ . Véase el alto p-valor (46,8%), o alternativamente, que el intervalo de confianza contiene al 0. Es decir, no hay evidencia estadística de diferencia entre las medias de los grupos 1 y 2.

Pero rechazamos tanto  $H_0: \mu_1 = \mu_3$  como  $H_0: \mu_2 = \mu_3$ . Véanse los bajísimos p-valores (o que los IC no contienen al 0). Es decir, hay (abrumadora) evidencia estadística de que la media del grupo 3 es distinta de las de los grupos 1 y 2.

De hecho, parece que la calificación media del grupo 3 es significativamente inferior a la de los grupos 1 y 2. Se podrían realizar los dos contrastes correspondientes a las hipótesis  $H_0: \mu_2 \leq \mu_3$  y  $H_0: \mu_1 \leq \mu_3$  (que seguramente serían rechazadas, a la luz de los datos).

### Sobre el análisis de las hipótesis del modelo

6. Analiza los resultados obtenidos con el contraste de Levene

Se obtienen los siguientes resultados:

Prueba de homogeneidad de varianzas			
Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
3,264	2	190	,040

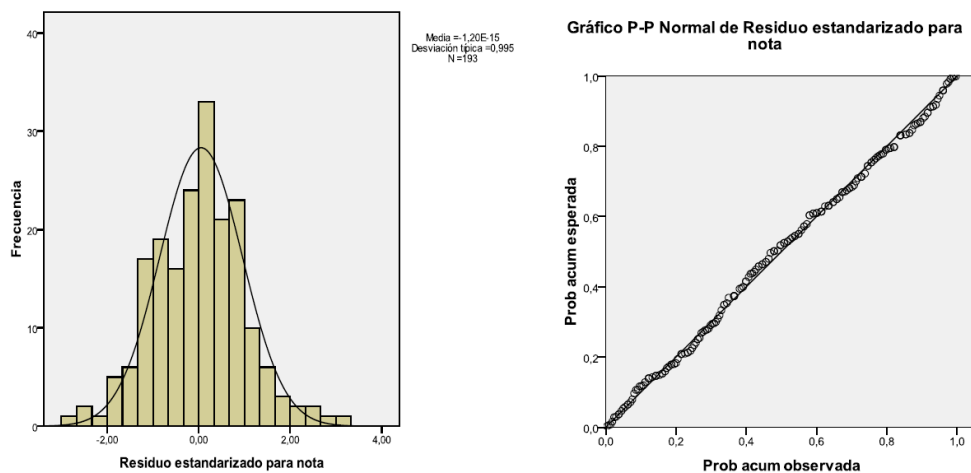
El p-valor es pequeño, 4%, lo que induce a pensar que la hipótesis de igualdad de varianzas es, cuando menos, muy discutible.

Véanse (tabla de descriptivos) la desviación típica muestral de los tres grupos (la del 3 es bastante mayor), o que las notas más altas y las más bajas aparecen justamente en ese grupo 3.

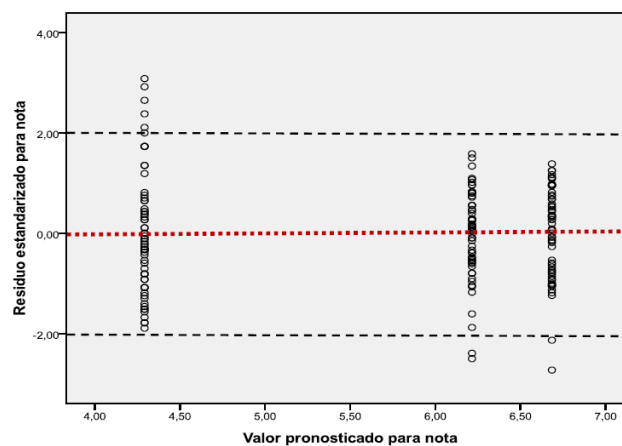
Nótese que ésta es una de las hipótesis del modelo con el que hemos realizado los cálculos anteriores.

7. Decide si hay algún indicio de falta de normalidad en los datos

Se obtienen los siguientes histograma y gráfico P-P.



Y el siguiente diagrama de dispersión de los residuos tipificados:



Ninguna de estas representaciones gráficas sugieren falta de normalidad. El test de Kolmogorov-Smirnov

Resumen de contrastes de hipótesis				
	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
1	La distribución de Residuo estandarizado para Notas es normal con la media 0,000 y la desviación estándar 1,00.	Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra	,981	Conserve la hipótesis nula.

Se muestran significaciones asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

confirma esta impresión (véase el altísimo p-valor, o el mensaje final).

Comentarios finales:

- El propio diseño del experimento garantiza el requisito de independencia (la calificación de un estudiante no está condicionada por la obtenida por otros).
- Sobre los datos atípicos observados, por ejemplo, en el grupo 3, no hay razón alguna para pensar que son erróneos.