

Si encuentras algún posible error o errata, avísame por favor. Gracias.

1) (a) -4 .

(b) No existe (divide numerador y denominador por x^2 y fíjate que el límite depende de la pendiente y/x de la recta por la que te acerques al $(0, 0)$).

(c) 0 (pues la función seno está acotada entre -1 y 1).

2) Usa la aplicación web <http://www.math.uri.edu/~bkaskosz/flashmo/contours/combo.html> para comprobar tus dibujos.

3) En la web anterior, haz click abajo donde pone **Toggle between 3D Grapher and Contour Map Grapher** para comprobar tus dibujos.

4) (a) Se trata del plano $x = 0$ y de todos los planos paralelos a él.

(b) Se trata del punto $(1, 0, 2)$ y de todas las esferas centradas en ese punto.

(c) Se trata del plano $x = y$ y de todos los planos paralelos a él.

(d) Se trata de la recta $z = 0$ y de todos los cilindros cuyo eje es dicha recta.

5) Usa la aplicación web <http://www.math.uri.edu/~bkaskosz/flashmo/parcur/> para comprobar tus dibujos.

El vector tangente (o vector velocidad) $\alpha'(t)$ se halla derivando cada componente una vez (e.g. (a) $\alpha'(t) = (1, 2)$, (g) $\alpha'(t) = (\cos t, 0, -\sin t)$), mientras que el vector aceleración se halla derivando cada componente dos veces (e.g. (a) $\alpha''(t) = (0, 0)$, (g) $\alpha''(t) = (-\sin t, 0, -\cos t)$).

6) Cuesta abajo, ya que $D_1 f(-1, -1) = -2e^{-1} - 1 < 0$.

Cuesta arriba, ya que $-D_2 f(-1, -1) = 1 - e^{-1} > 0$.

En la dirección de menos el gradiente en $(-1, -1)$, es decir, $-\nabla f(-1, -1) = (2e^{-1} + 1, -e^{-1} + 1)$.

No hemos visto la teoría necesaria para resolver los ejercicios 7, 8, 9 y 10.

11) (a) $(2, -1)$ punto de mínimo local.

(b) $(0, 0)$, $(0, 6)$ y $(3, 0)$ puntos de silla, y $(1, 2)$ punto de mínimo local.

(c) $(-1, -1)$ punto de mínimo local.

(d) $\pm(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{\sqrt[3]{2}}{2})$ puntos de silla.

(e) $(0, 0)$ punto de máximo local.

(f) $(0, 0)$ punto de silla, $(-1, -1)$ punto de máximo local.

(g) $(0, 0)$ punto de silla.

(h) $(1, 1)$ punto de mínimo local.

12) (a) $x = 5$, $y = 4$, $z = 12 - x - y = 3$. (b) 79 miles de euros.

13) $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$.

14) $\sqrt[3]{2} \text{ m} \times \sqrt[3]{2} \text{ m} \times \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} \text{ m}$.

15) En tres partes de igual longitud $L/3$.

16) $(1, 1)$ punto de mínimo local, $(0, 0)$ punto de silla y $(-1, -1)$ punto de mínimo local. Por tanto, no existe ningún punto de máximo local (y por tanto tampoco global). Como $\lim_{|(x,y)| \rightarrow +\infty} f(x, y) = +\infty$ y como $f(1, 1) = f(-1, -1) = -1$, se deduce que $\pm(1, 1)$ son puntos de mínimo global.

17) El gradiente de f es $\nabla f(x, y) = (e^x \cos y, -e^x \sin y)$, que nunca se anula (pues $\cos y$ y $\sin y$ no se anulan nunca simultáneamente).

18) $f(x, y) = x^2 y^2 \geq 0 = f(x, 0) = f(0, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, por lo que los puntos de la forma $(x, 0)$ y $(0, y)$ son siempre mínimos absolutos. Sin embargo el determinante de la matriz hessiana en esos puntos se anula.

19) (a) Mínimo en $(0, 3)$ con valor $f(0, 3) = -14$, y máximo en $(2, 0)$ con valor $f(2, 0) = 9$.

(b) Mínimo en $(0, 0)$ con valor $f(0, 0) = 4$, y máximos en los puntos $(1, 1)$ y $(-1, 1)$ con valor $f(1, 1) = f(-1, 1) = 7$.

(c) Mínimo en $(-2, 4)$ con valor $f(-2, 4) = -9$, y máximo en el punto $(2, 4)$ con valor $f(2, 4) = 3$.

(d) Mínimos en los puntos $(x, 0)$ con $x \in [0, 1]$ y los puntos $(0, y)$ con $y \in [0, 1]$, todos con valor 0; máximo en el punto $(1, \sqrt{2})$ con valor $f(1, \sqrt{2}) = 2$.

20) (a) Máximos absolutos en $(-2, \sqrt{5})$ y en $(-2, -\sqrt{5})$ con valor 13. Mínimo absoluto en $(3, 0)$ con valor -12 (y mínimo relativo en $(-3, 0)$ con valor 12).

(b) Máximos absolutos en $(1, 0)$ y $(-1, 0)$ con valor 1. Mínimos absolutos en $(0, 1)$ y $(0, -1)$ con valor -1 .

(c) Máximos absolutos en $(\sqrt{2}, 1, \sqrt{\frac{2}{3}})$, $(-\sqrt{2}, -1, \sqrt{\frac{2}{3}})$, $(-\sqrt{2}, 1, -\sqrt{\frac{2}{3}})$ y $(\sqrt{2}, -1, -\sqrt{\frac{2}{3}})$, todos con valor $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Mínimos absolutos en los cuatro puntos opuestos a los cuatro puntos anteriores, todos con valor $-\frac{2}{\sqrt{3}}$.

(d) Máximos absolutos en los puntos $(\pm 1, 0, 0)$, $(0, \pm 1, 0)$ y $(0, 0, \pm 1)$, todos con valor 1. Mínimos absolutos en los ocho puntos $(\pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}})$, todos con valor $\frac{1}{3}$.

21) Mínimos en los puntos $\pm(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$, con valor 2. Máximos en los puntos $\pm(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$, con valor 7.

22) El valor máximo es $f(-\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}, 1 + \frac{7}{\sqrt{29}}) = 3 + \sqrt{29}$.

23) Existen el mínimo y el máximo absolutos de f sobre la curva $x^4 + y^4 = 1$ ya que dicha curva es un subconjunto de \mathbb{R}^2 cerrado (definido por una igualdad) y acotado (está contenido en el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$). El máximo es $f\left(\sqrt[4]{\frac{1}{17}(1 - 2\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{4})}, \sqrt[4]{\frac{2}{17}(8 + \sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{4})}\right) = \sqrt[4]{17 + 6\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[3]{4}}$, y el mínimo es justo el valor opuesto al máximo, y se alcanza en el punto opuesto al punto de máximo.