

Apellidos:

Nombre:

Parte 1. Álgebra lineal (3 puntos)

1. (0.5 puntos) Halla la forma binomial de las raíces complejas de la ecuación $1 + 27(z + 1)^3 = 0$.
2. (1 punto) Clasifica, resuelve e interpreta geoméricamente en el espacio \mathbb{R}^3 el sistema lineal:

$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = 1 \\ -2x + y = 0 \\ x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$$

3. (1.5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ demuestra que es diagonalizable encontrando una matriz diagonal D y una matriz de cambio de base P tales que $A = PDP^{-1}$.

Parte 2. Cálculo en una variable (3.5 puntos)

4. (1.5 puntos) Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = -\frac{x^2}{x+1}$.
5. (1 punto) Halla el área de la región del plano delimitada por las curvas $y = e^x + 1$, $y = 2(x-1)^2$, y la recta $x = 2$.
6. (1 punto) Una piscifactoría coloca alevines de trucha de 2 centímetros de longitud en un tanque. Se estima que la velocidad de crecimiento de un alevín desde que se coloca en el tanque viene dada, al cabo de t semanas, por $v(t) = \frac{3t}{(2t^2 + 3)^2}$ (velocidad dada en centímetros por semana). ¿Qué tamaño tendrán los peces 2 semanas después de ingresar en el tanque? ¿Cuál es la velocidad de crecimiento promedio en esas 2 semanas?

Parte 3. Cálculo en varias variables (3.5 puntos)

7. (1.5 puntos) Considera la función $f(x, y) = x^2 + y^2 + y^3$ y la región circular D definida por $x^2 + y^2 \leq 1$. Explica teóricamente por qué la función f alcanza máximo y mínimo absolutos en D . Calcula el máximo y el mínimo de f en D . Razona si f tiene o no algún punto de silla en \mathbb{R}^2 .
8. (1.5 puntos) Calcula la masa del tetraedro B delimitado por los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ y $z = 1 - x - y$, sabiendo que su densidad viene dada por la función $\rho(x, y, z) = y$.
9. (0.5 puntos) El campo de velocidades de un fluido en \mathbb{R}^3 viene dado por $\vec{F}(x, y, z) = (y, -x, 1)$. Calcula la divergencia y el rotacional de \vec{F} . ¿Es \vec{F} incompresible? ¿En el punto $(0, 0, 0)$, alrededor de qué dirección el campo \vec{F} tiene el mayor efecto de rotación?

Importante para quien quiera subir nota de algún parcial aprobado.

Habiendo aprobado el Primer Parcial, renuncio a la nota que obtuve en él y pido que se tenga en cuenta en su lugar la nota que obtenga en la Parte 1 de este examen.

Habiendo aprobado el Segundo Parcial, renuncio a la nota que obtuve en él y pido que se tenga en cuenta en su lugar la nota que obtenga en la Parte 2 de este examen.

Apellidos:

Nombre:

Parte 1. Álgebra lineal (3 puntos)

1. (0.5 puntos) Halla la forma binomial de las raíces complejas de la ecuación $1 - 27(z + 1)^3 = 0$.
2. (1 punto) Clasifica, resuelve e interpreta geoméricamente en el espacio \mathbb{R}^3 el sistema lineal:

$$\begin{cases} -3x + y + 2z = 1 \\ -x + 2y = 0 \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

3. (1.5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ demuestra que es diagonalizable encontrando una matriz diagonal D y una matriz de cambio de base P tales que $A = PDP^{-1}$.

Parte 2. Cálculo en una variable (3.5 puntos)

4. (1.5 puntos) Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
5. (1 punto) Halla el área de la región del plano delimitada por las curvas $y = e^x$, $y = (x-1)^2$, y la recta $x = 2$.
6. (1 punto) Una piscifactoría coloca alevines de trucha de 2 centímetros de longitud en un tanque. Se estima que la velocidad de crecimiento de un alevín desde que se coloca en el tanque viene dada, al cabo de t semanas, por $v(t) = \frac{t}{(2t^2 + 1)^2}$ (velocidad dada en centímetros por semana). ¿Qué tamaño tendrán los peces 2 semanas después de ingresar en el tanque? ¿Cuál es la velocidad de crecimiento promedio en esas 2 semanas?

Parte 3. Cálculo en varias variables (3.5 puntos)

7. (1.5 puntos) Considera la función $f(x, y) = x^2 + y^2 - y^3$ y la región circular D definida por $x^2 + y^2 \leq 1$. Explica teóricamente por qué la función f alcanza máximo y mínimo absolutos en D . Calcula el máximo y el mínimo de f en D . Razona si f tiene o no algún punto de silla en \mathbb{R}^2 .
8. (1.5 puntos) Calcula la masa del tetraedro B delimitado por los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ y $z = 1 - 2x - y$, sabiendo que su densidad viene dada por la función $\rho(x, y, z) = y$.
9. (0.5 puntos) El campo de velocidades de un fluido en \mathbb{R}^3 viene dado por $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, 1)$. Calcula la divergencia y el rotacional de \vec{F} . ¿Es \vec{F} incompresible? ¿En el punto $(0, 0, 0)$, alrededor de qué dirección el campo \vec{F} tiene el mayor efecto de rotación? Razona tus respuestas.

Importante para quien quiera subir nota de algún parcial aprobado.

Habiendo aprobado el Primer Parcial, renuncio a la nota que obtuve en él y pido que se tenga en cuenta en su lugar la nota que obtenga en la Parte 1 de este examen.

Habiendo aprobado el Segundo Parcial, renuncio a la nota que obtuve en él y pido que se tenga en cuenta en su lugar la nota que obtenga en la Parte 2 de este examen.