

**ANÁLISIS MATEMÁTICO II. Curso Primero. Ing. Informática. UAM.**  
**Dpto. de Matemáticas. HOJA 3**

1. Calcular los siguientes límites, si es que existen:

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 2} \quad \text{b) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(x) - 1 + x^2/2}{x^4 + y^4}$$

2. Estudiar si pueden hacerse continuas las siguientes funciones definiéndolas de manera adecuada en el punto  $(0, 0)$  :

$$\text{a) } \frac{\text{sen}(x + y)}{x + y} \quad \text{b) } \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

3. Se considera la curva  $\vec{c}(t) = (\text{sen } t)i + (\text{cos } t)j + (2t^{3/2})k$

- Calcular el vector velocidad de la curva.
- Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria en  $t = 0$ .

4. Sea  $y$  definida implícitamente por  $x^2 + y^3 + e^y = 0$ . Calcular  $dy/dx$  en términos de  $x$  e  $y$ .

5. Calcular el plano tangente a  $z = x^2 + y^4 + e^{xy}$  en el punto  $(1, 0, 2)$ .

6. Probar que las gráficas de las funciones  $f(x, y) = x^2 + y^2$  y  $g(x, y) = -x^2 - y^2 + xy^3$  son tangentes en el punto  $(0, 0)$ .

7. Calcular la derivada direccional de  $f(x, y, z) = xy^2 + y^2z^3 + z^3x$  en el punto  $(4, -2, -1)$  en la dirección  $\vec{v} = (i + 3j + 2k)/\sqrt{14}$ .

8. Estudiar la continuidad y diferenciabilidad en el punto  $(0, 0)$  de la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

9. Dada la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

probar que existen  $\partial f/\partial x$  y  $\partial f/\partial y$ . Probar que la función no es continua en  $(0, 0)$  y por tanto tampoco es diferenciable en dicho punto.