Exámenes parciales de álgebra lineal I, CC. Físicas, UAM.

DICIEMBRE 2002

1. Halle todas las raíces reales y complejas del polinomio $x^6 + x^5 - x - 1$.

2. Demuestre que toda matriz antisimétrica de orden impar es no invertible.

DICIEMBRE 2003

1. Halle las soluciones reales y complejas de la ecuación

$$6x^6 - 5x^5 - 11x^4 + 10x^3 - 50x^2 + 40x - 8 = 0$$

2. Razone por qué:

a) Una matriz con una fila de ceros no tiene inversa a la derecha.

b) Una matriz con una columna de ceros no tiene inversa a la izquierda.

c) Una matriz escalonada cuadrada con algún escalón de más de una columna no tiene inversa a la derecha.

d) Si una matriz cuadrada es reducible a una matriz escalonada donde algún escalón es de más de una columna, la matriz no tiene inversa a la derecha.

DICIEMBRE 2005

1. Encuentre las solcuiones reales y complejas de la ecuación

$$2x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$$

2. Conteste las siguientes dos cuestiones:

a) Explique por qué la la traspuesta de una matriz elemental de orden 3 es otra matriz elemental, comprobándolo en todos los casos.

b) Demuestre, sin utilizar determinantes, que dada una matriz A, A es invertible si y sólo si ${}^{t}A$ es invertible.

DICIEMBRE 2006

1. Halle las condiciones que deben cumplir los parámetros a y b para que el sistema

$$\begin{cases} x + y = b \\ ax - y - 2z = 0 \\ 2x + 3y + az = 1 \end{cases}$$

sea

1. compatible determinado.
2. compatible indeterminado.
3. indeterminado.

2. Elija una de las dos cuestiones siguientes y contéstela:

a) Demuestre que un polinomio en x de grado n que se anula para $n+1$ valores diferentes de x es el polinomio nulo.

b) Demuestre que el determinante del producto de dos matrices es igual al producto de los determinantes de las matrices.

NOVIEMBRE 2007

1. Estudie usando el método de Gauss las condiciones que debe cumplir el parámetro a para que el sistema

$$\begin{cases} x + ay + a^2 z = a \\ ax + a^2 y - a^3 z = 0 \\ a^2 x + ay + z = 1 \end{cases}$$

sea

1. compatible determinado.
2. compatible indeterminado.
3. indeterminado.

Indíquese cuál ha sido la transformación elemental realizada en cada etapa del método de Gauss.

2. Demuéstre:

1. Si un polinomio con coeficientes reales tiene una raíz compleja z, también el número conjugado $\bar{z}$ es raíz del polinomio. Además la multiplicidad de z como raíz del polinomio es igual a la multiplicidad de $\bar{z}$.
2. Si z es una raíz delpolinomio $1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \sum_{i=0}^{n} x^i$, entonces el inverso de z es tambien raíz del polinomio con la misma multiplicidad que z.