

ÁLGEBRA LINEAL I 1<sup>er</sup> CURSO DE CC. FÍSICAS.  
Examen Final. 8 de Septiembre de 2008.

---

APELLIDOS:

NOMBRE:

DNI:

GRUPO:

---

No está permitido el uso de calculadora (no es necesario).  
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

---

**1.**

Hallar en forma binómica todas las soluciones (reales y complejas) de la ecuación:

$$2x^5 + x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 10x + 5 = 0$$

**2.**

Dado el sistema

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ x + y + az = -1 \\ x + y - z = b \end{cases}$$

Hallar para qué valores de  $a$  y de  $b$  el sistema es:

- 1) compatible determinado.
- 2) incompatible.
- 3) compatible indeterminado.

**3.**

Dados

$$S_1 = \mathcal{L}\{(1, 2, 1, 2), (2, -1, -1, -1)\} \quad S_2 = \mathcal{L}\{(1, 1, 1, -1), (-2, 5, 4, 3)\}$$

Hallar bases y ecuaciones cartesianas de  $S_1 + S_2$  y de  $S_1 \cap S_2$

**4.**

Consideremos los subespacios:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z + t = 0 \\ x - y + 2z - 3t = 0 \end{array} \right\} \equiv S_1 \subset R^4 \quad S_2 = \mathcal{L}\{(1, 2, 3), (2, 3, 1), (1, 1, a)\} \subset R^3.$$

a) Explicar razonadamente si hay valores de  $a$  para los que existe  $f : R^4 \rightarrow R^3$  tal que  $Nf = S_1$  y  $Im(f) = S_2$ . ( $Nf = \ker f$ ).

b) Explicar razonadamente si hay valores de  $a$  para los que existe  $f : R^3 \rightarrow R^4$  tal que  $Nf = S_2$  y  $Im(f) = S_1$ . ( $Nf = \ker f$ ).

**5.**

Demostrar que dados dos subespacios  $V_1$  y  $V_2$  de un espacio vectorial  $V$ , son equivalentes:

- a) Los subespacios  $V_1$  y  $V_2$  son complementarios.
- b)  $V_1 \cap V_2 = 0$  y  $dimV_1 + dimV_2 = dimV$ .
- c)  $V_1 + V_2 = V$  y  $dimV_1 + dimV_2 = dimV$ .