ÁLGEBRA LINEAL I $1^{\underline{er}}$ CURSO DE CC. FÍSICAS.
Examen Extraordinario. 6 de Septiembre de 2005.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI: GRUPO:

No está permitido el uso de Calculadora (no es necesario).
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

1.
Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a & a \\ 1 & b & a & a \\ 1 & b & b & a \\ 1 & b & b & 1 \end{pmatrix}$$

a) Hallar las condiciones que tienen que cumplir a y b para que A no sea invertible.
b) Hallar en las condiciones del apartado anterior, el rango de A.

2.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rrrrr} x & +2y & -2z & +2t & =4 \\ & -3y & +z & +t & =1 \\ x & +5y & -3z & +t & =m \\ -x & +y & +z & +mt & =1 \end{array}\right\}$$

a) Demostrar o comprobar que si el sistema tiene solución, ésta no es única.
b) Encontrar los valores de m para que exista solución.

3.
Consideremos en $\mathcal{C}^4$ los vectores siguientes:

$$\{(1,0,0,1),(0,1,0,z),(0,0,1,z^2),(-1,-1,-1,z^3)\}$$

¿Para qué valores de z forman base de C^4?

4.
Sea $f: R^3 \to R^3$ una aplicación que en la base canónica tiene la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar una base del núcleo de f y otra base de la imagen de f y probar que, en este caso, es posible encontrar una base de R^3 formada por la unión de ambas.

b) Demostrar respecto a la aplicación dada por A, que, cualesquiera que sean las bases escogidas del núcleo y de la imagen, su unión forma una base de R^3.

c) Encontrar una aplicación f tal que no sea posible encontrar una base de R^3 formada por la unión de una base de su núcleo y una base de su imagen.
