ÁLGEBRA LINEAL I 1$^{\text{er}}$ CURSO DE CC. FÍSICAS.
Examen Extraordinario. 13 de Septiembre 2004.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI: GRUPO:

No está permitido el uso de Calculadora (no es necesario).
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

---

1. Hallar los números complejos z para los cuales los vectores:

$$\{(z+i,1,i),(0,z+1,z),(0,i,z-1)\}$$

son linealmente dependientes en el espacio vectorial $\mathbf{C}^3$ sobre el cuerpo $\mathbf{C}$.

---

2. Sean S_1 y S_2 los subespacios de R^4:

$$S_1 = \mathcal{L}\{(2,1,1,0),(0,1,1,3)\}$$

$$S_2 = \mathcal{L}\{(1,1,1,1),(1,0,0,-2)\}$$

Hallar
a) Las ecuaciones cartesianas del subespacio $S_1 + S_2$.
b) Una base de un espacio complementario de $S_1 + S_2$.

---

3. En $\mathbf{R}^2$ y $\mathbf{R}^4$ consideramos las bases:

$$\mathcal{B}^2 = \{u_1 = (1,1), u_2 = (-1,2)\}$$

$$\mathcal{B}^4 = \{v_1 = (1,0,0,1), v_2 = (1,0,1,0), v_3 = (0,2,1,0), v_4 = (0,1,0,1)\},$$

respectivamente. Sea $T : \mathcal{R}^2 \to \mathcal{R}^4$ la aplicación lineal que respecto de estas bases tiene matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Hallar la matriz de T respecto de las bases canónicas de ambos espacios.

---

4. Sea $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ un polinomio de grado 3 y para cada número a, sea $P(a)$ el número que se obtiene sustituyendo en $P(x)$, x por a.

a) Hallar a_0, a_1, a_2, a_3 para que $P(0) = 2,\ P(1) = 1,\ P(2) = -1,\ P(3) = 0$.

b) Demostrar que siempre se puede encontrar un polinomio $P(x)$ de grado 3 tal que cumpla $P(x_1) = y_1,\ P(x_2) = y_2,\ P(x_3) = y_3,\ P(x_4) = y_4$, cuando todos los $\{x_i\}$ son distintos, cualesquiera que sean los $\{y_i\}$.
