ÁLGEBRA LINEAL I 1$^{\underline{\text{er}}}$ Curso de CC. Físicas, 2002-2003
Examen extraordinario, 2 de septiembre de 2003

Apellidos: Nombre:

DNI: Grupo:

---

1. Calcular todas las raíces reales o complejas del polinomio

$$P(x) = x^7 + x^6 - x - 1$$

y representarlas gráficamente.

---

2. *a)* Calcular la inversa A^{-1} de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

por el método de Gauss y expresar A^{-1} como producto de matrices elementales.

b) Resolver el sistema dado a continuación, utilizando el apartado anterior y escribiendo el sistema en forma matricial.

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ x + 2\,z = 0 \end{cases}$$

---

3. Considérese la aplicación lineal $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ que respecto de las bases canónicas de estos espacios tiene matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcular la dimensión y las ecuaciones cartesianas (respecto de las bases canónicas) de los subespacios $\ker T$ e $\operatorname{Im} T$.

b) Hallar las ecuaciones cartesianas de la imagen por T del subespacio generado por los vectores

$$\{\ (1,-1,0,0),\ (1,0,-1,0),\ (1,0,0,-1)\ \}\,.$$

---

4. Escribir la expresión matricial en base canónica de la proyección ortogonal P de $\mathbb{R}^3$ sobre el plano de ecuación $x + y + z = 0$.(Esta proyección hace corresponder a cada punto de $\mathbb{R}^3$ la interseción con el plano dado de la perpendicular a dicho plano trazada por el punto). Comprobar o demostrar que $P^2 = P$ y determinar razonadamente $\ker P$ e $\operatorname{Im} P$.
