ÁLGEBRA LINEAL I 1$^{\underline{\text{er}}}$ CURSO DE CC. FÍSICAS.

Examen Final. 4 de Febrero de 2005.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI: GRUPO:

No está permitido el uso de Calculadora (no es necesario).
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

---

1. Si z es el número complejo de módulo 1 y argumento θ, usar z^3 para hallar las fórmulas del "seno del ángulo 3θ"y del "coseno del ángulo 3θ"en función del seno y del coseno de θ.

---

2. Consideremos en $\mathcal{M}_{2\times 2}(R)$ el subespacio S_1 formado por las matrices simétricas y el subespacio S_2 definido por:

$$S_2 = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(R) \middle| A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} A \right\}.$$

a) Hallar la dimensión y una base de cada uno de estos subespacios.
b) Una base del subespacio $S_1 \cap S_2$.
c) La dimensión de $S_1 + S_2$.

---

3. Hallar la matriz de una aplicación lineal $f : R^3 \to R^3$ tal que

$$Ker f = Nf \equiv \left.\begin{array}{cccc} x & -y & & = 0 \\ & y & -z & = 0 \end{array}\right\} \qquad Imf \equiv x + 2y + 3z = 0.$$

---

4. Sean L, U y B las siguientes matrices:

$$U = \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ 0 & -1 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ * & 1 & 0 \\ * & * & 1 \end{pmatrix} \qquad B = LU$$

donde las * son números arbitrarios.

Explicar razonadamente
a) Cúal es el rango de U y el rango de L.
b) Cúal es el rango de B.
