ÁLGEBRA LINEAL I
1$^{\text{er}}$ Curso de CC. Físicas, 2002-2003
Examen final, 31 de enero de 2003

Apellidos: Nombre:

DNI: Grupo:

---

1. Calcular $\cos \dfrac{\pi}{8}$ utilizando la aritmética en forma binómica y en forma polar de los números complejos.

---

2. Sean los vectores de $\mathbb{R}^4$:

$$\mathbf{u}_1 = (1, a, a^2, a^3),\ \mathbf{u}_2 = (1,1,1,1),\ \mathbf{u}_3 = (1,2,4,8),\ \mathbf{u}_4 = (1,3,9,27)\,.$$

Estudiar para qué valores de a estos cuatro vectores forman una base de $\mathbb{R}^4$. Cuando no formen base de $\mathbb{R}^4$, dar una base de un complementario del subespacio que generan.

---

3. Considérense las bases:

$$\mathcal{B}_1 = \{\ \mathbf{u}_1 = (1,1,1),\ \mathbf{u}_2 = (0,1,1),\ \mathbf{u}_3 = (0,0,1)\ \}\,,$$
$$\mathcal{B}_2 = \{\ \mathbf{v}_1 = (1,0,1,0),\ \mathbf{v}_2 = (0,1,0,1),\ \mathbf{v}_3 = (1,0,0,1),\ \mathbf{v}_4 = (0,1,0,0)\ \}\,,$$

de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$, respectivamente. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la aplicación lineal que con respecto a estas bases, tiene de matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular la matriz de T respecto a las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$.

---

4. Demostrar que el determinante de la matriz de la simetría en $\mathbb{R}^3$ respecto de un plano cualquiera tiene valor -1, cualquiera que sea la base en que se exprese.
