Estadística Aplicada — Curso 2019/2020

Grado en Nutrición Humana y Dietética

Práctica 2: Intervalos de confianza y contraste de hipótesis

En esta práctica se proponen una serie de ejemplos que ilustran cómo se llevan a cabo con *jamovi* los principales contrastes de hipótesis. Veremos primero cómo llevar a cabo contrastes para una sola media y posteriormente cómo realizar contrastes para la diferencia de dos medias (tanto en el caso de muestras independientes como de datos emparejados). Finalmente, se describe cómo realizar contrastes relativos a proporciones y contrastes de homogeneidad.

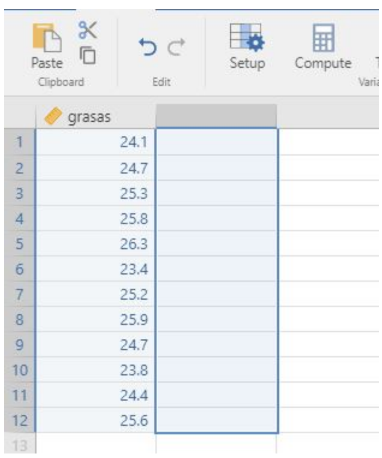
1. Contraste para la media de una población normal

Se desea estimar el contenido medio de grasas (en gramos por cada 100 gr.) de la carne de cerdo. Supongamos que se dispone de los siguientes resultados correspondientes a la carne de 12 animales elegidos al azar:

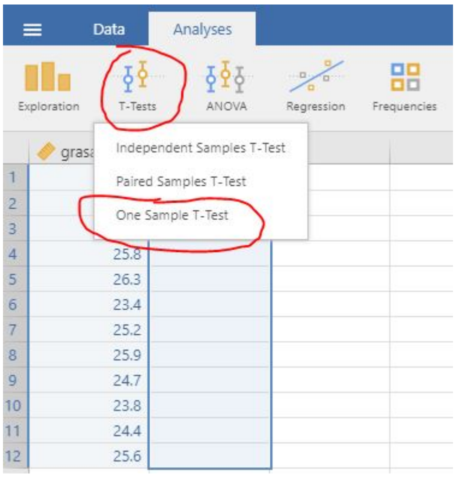
$$24.1, 24.7, 25.3, 25.8, 26.3, 23.4, 25.2, 25.9, 24.7, 23.8, 24.4, 25.6$$

¿Permiten los datos anteriores afirmar a nivel $\alpha = 0{,}01$ que el contenido medio en grasas es superior a 24 g? Si μ es el contenido medio en grasas de la carne de cerdo, queremos contrastar $H_0 : \mu \leq 24$ frente a $H_1 : \mu > 24$. Suponemos que los datos proceden de una población normal. Para realizar el contraste seguimos los siguientes pasos:

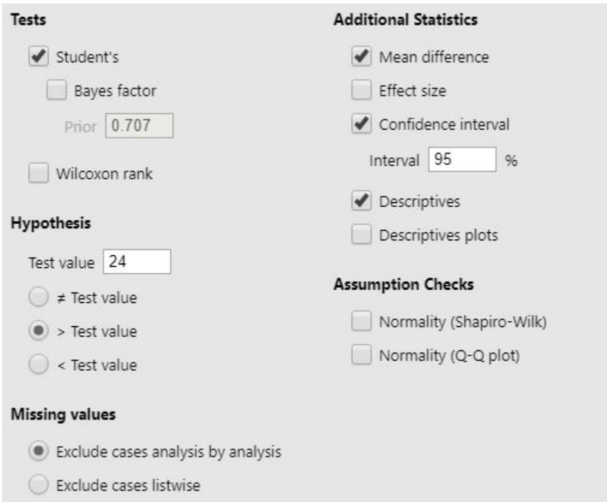
1. Creamos un fichero con una variable continua que contenga los datos (en la imagen siguiente, la variable *grasas*):



2. Elegimos la siguiente opción del menú *Analyses*:



3. Elegimos las opciones adecuadas para responder a la pregunta. Se indican también las opciones necesarias para calcular el intervalo de confianza y otras medidas descriptivas.



Se obtienen los siguientes resultados:

One Sample T-Test

		statistic	df	p	Mean difference	95% Confidence Interval Lower	95% Confidence Interval Upper
grasas	Student's t	3.59	11.0	0.002	0.933	0.466	Inf

Note. H_a population mean > 24

Descriptives

	N	Mean	Median	SD	SE
grasas	12	24.9	24.9	0.901	0.260

En este caso el p-valor es $0{,}002 < 0{,}01$ por lo que se rechaza la hipótesis nula a nivel $\alpha = 0{,}01$. Por otra parte $[0{,}466; \infty)$ es un intervalo de confianza de nivel 0,95 para $\mu - 24$.

2. Comparación de dos medias (muestras independientes, poblaciones normales)

El maíz es un alimento importante para los animales pero carece de algunos aminoácidos que son esenciales. Un grupo de científicos desarrolló una nueva variedad que sí contenía niveles apreciables de dichos aminoácidos. Para comprobar la utilidad de esta nueva variedad para la alimentación animal se llevó a cabo el siguiente experimento: a un grupo de 20 pollos se les suministró un pienso que contenía harina de maíz de la nueva variedad. A otro grupo de 20 pollos (grupo de control) se le alimentó con un pienso que solo se diferenciaba del anterior en que no contenía harina de la variedad mejorada de maíz. Los resultados que se obtuvieron sobre las ganancias de peso de los pollos (en gramos) al cabo de 21 días de alimentación fueron los siguientes:

- *Variedad común*

  380 321 366 356 283 349 402 462 356 410 329 399 350 384 316 272 345 455 360 431

- *Variedad transgénica*

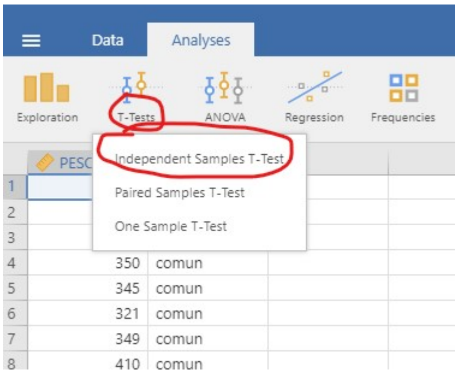
  361 447 401 375 434 403 393 426 406 318 467 407 427 420 477 392 430 339 410 326

Suponemos que los datos de ambas muestras son independientes, ya que son pollos diferentes los que reciben los tipos de pienso. También suponemos que los datos proceden de dos distribuciones normales con varianzas iguales. ¿Es la diferencia entre las ganancias medias de peso en ambos grupos significativa a nivel $\alpha = 0{,}05$? Si μ_1 y μ_2 son las ganancias medias de peso en pollos alimentados con maíz normal y mejorado respectivamente, queremos contrastar $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ frente a $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$. Para llevar a cabo el contraste seguimos los pasos siguientes:

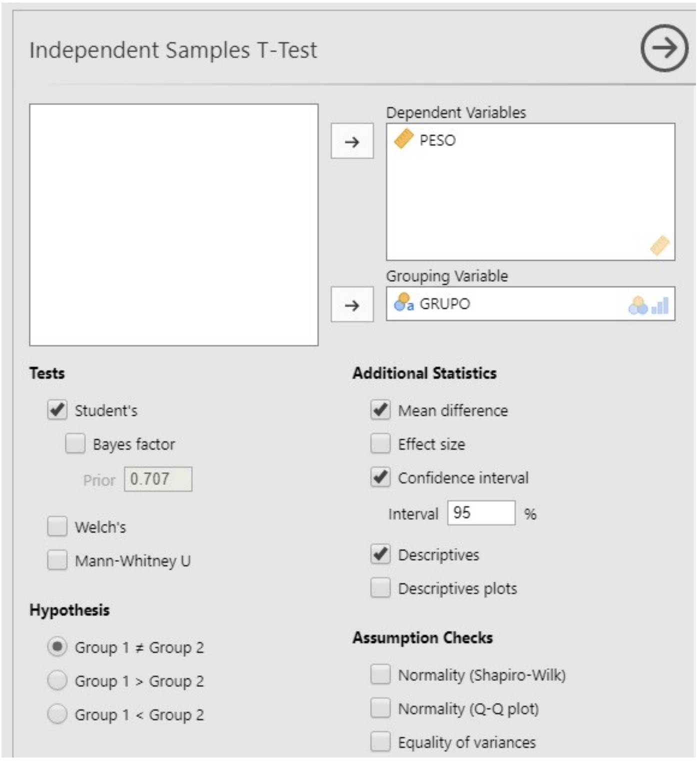
1. Creamos un fichero con dos variables: una variable continua que contiene las ganancias de peso y otra cualitativa que informa de si la dieta fue con maíz común o transgénico:

	PESO	GRUPO
1	380	comun
2	283	comun
3	356	comun
4	350	comun
5	345	comun
6	321	comun
7	349	comun
8	410	comun
9	384	comun
10	455	comun
11	366	comun

2. Elegimos la siguiente opción del menú *Analyses*:



3. Elegimos las opciones adecuadas para responder a la pregunta. Se indican también las opciones necesarias para calcular el intervalo de confianza y otras medidas descriptivas.



Se obtienen los siguientes resultados:

Independent Samples T-Test

		statistic	df	p	Mean difference	SE difference	95% Confidence Interval Lower	95% Confidence Interval Upper
PESO	Student's t	−2.47	38.0	0.018	−36.6	14.8	−66.7	−6.60

Group Descriptives

	Group	N	Mean	Median	SD	SE
PESO	comun	20	366	358	50.8	11.4
	trans	20	403	407	42.7	9.55

El p-valor del contraste es $0{,}018 < 0{,}05$, por lo que se rechaza la hipótesis nula a nivel $\alpha = 0{,}05$.

3. Comparación de dos medias (datos emparejados, poblaciones normales)

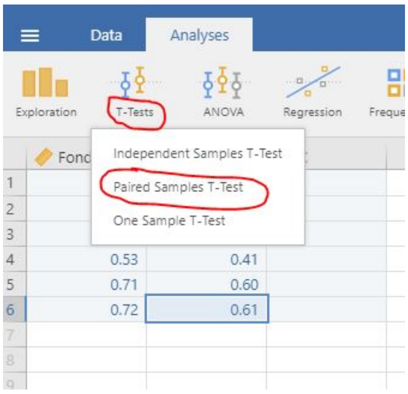
La existencia de trazas de metales en el agua afecta a su sabor y, si las concentraciones son altas, puede afectar a la salud. En un estudio se seleccionaron seis localizaciones en un río y, para cada localización, se determinó la concentración de zinc en el agua de la superficie y en el agua del fondo (en mg/l). Los resultados fueron los siguientes:

Localización	1	2	3	4	5	6
Fondo	0.43	0.57	0.57	0.53	0.71	0.72
Superficie	0.41	0.24	0.39	0.41	0.6	0.61

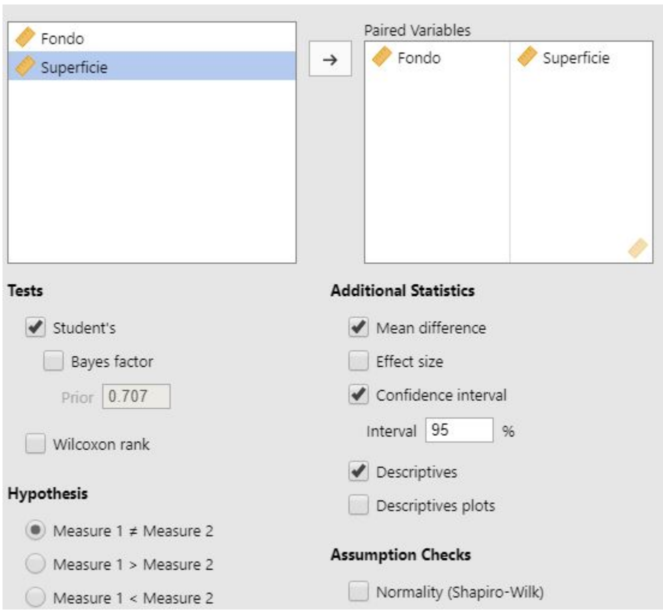
Claramente existe relación entre las medidas del fondo y de la superficie por lo que no podemos suponer que las muestras sean independientes para comparar las medias. Son datos emparejados. Asumiendo normalidad, ¿existe evidencia empírica para afirmar, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$, que la concentración media de zinc en el fondo es diferente a la concentración media en la superficie? Si μ_1 y μ_2 son las concentraciones medias del fondo y la superficie respectivamente, queremos contrastar $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ frente a $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$. Para llevar a cabo el contraste seguimos los pasos siguientes:

1. Creamos un fichero con dos variables continuas que contienen las concentraciones en el fondo y en la superficie para cada localización. Nótese la diferencia con el caso de muestras independientes. Para que un conjunto de datos esté ordenado cada fila debe corresponder a la misma unidad bajo estudio (en el ejemplo anterior, cada pollo; en este ejemplo, la localización):

2. Elegimos la siguiente opción del menú *Analyses*:



3. Elegimos las opciones adecuadas para responder a la pregunta, calcular el intervalo de confianza de la diferencia de medias y otros estadísticos descriptivos.



Se obtienen los siguientes resultados:

Paired Samples T-Test

			statistic	df	p	Mean difference	SE difference	95% Confidence Interval Lower	95% Confidence Interval Upper
Fondo	Superficie	Student's t	3.41	5.00	0.019	0.145	0.0425	0.0358	0.254

Descriptives

	N	Mean	Median	SD	SE
Fondo	6	0.588	0.570	0.111	0.0452
Superficie	6	0.443	0.410	0.141	0.0574

El p-valor del contraste es $0{,}019 < 0{,}05$ por lo que se rechaza la hipótesis nula a nivel $\alpha = 0{,}05$.

4. Contraste para una proporción

Consideramos dos posibilidades según el formato de los datos disponibles.

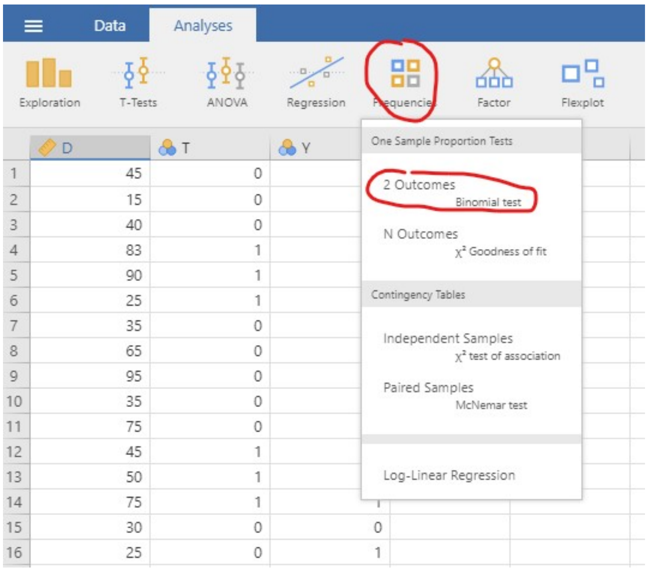
Los datos son variables dicotómicas

El fichero `garganta.omv` consta de tres variables correspondientes a 35 pacientes que han sido sometidos a cirugía: la variable `D` corresponde a la duración en minutos de la cirugía; la variable `T` corresponde al medio para garantizar la respiración (`T=0` máscara laríngea, `T=1` tubo traqueal) y la variable `Y` corresponde a si el paciente experimentó dolor de garganta al despertar (`Y=0` no, `Y=1` sí). A continuación vemos las primeras filas del fichero:

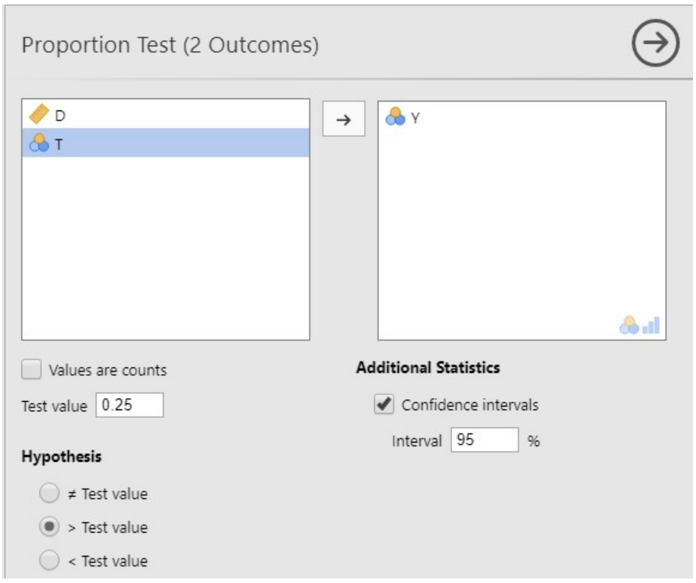
	D	T	Y
1	45	0	0
2	15	0	0
3	40	0	1
4	83	1	1
5	90	1	1
6	25	1	1
7	35	0	1
8	65	0	1
9	95	0	1
10	35	0	1

Supongamos que queremos encontrar evidencia a nivel $\alpha = 0{,}05$ de que el porcentaje de pacientes que experimenta dolor de garganta al despertar tras una cirugía supera el 25 %. Si p es la proporción de estos pacientes, queremos contrastar $H_0 : p \leq 0{,}25$ frente a $H_1 : p > 0{,}25$. Para ello seguimos los pasos siguientes:

1. Elegimos la siguiente opción del menú *Analyses*:



2. Elegimos las opciones adecuadas para responder a la pregunta:



Se obtienen los siguientes resultados:

Binomial Test

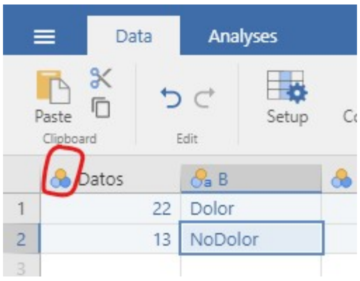
	Level	Count	Total	Proportion	p	95% Confidence Interval Lower	95% Confidence Interval Upper
Y	0	13	35	0.371	0.076	0.236	1.00
	1	22	35	0.629	< .001	0.476	1.00

Note. H_a is proportion > 0.25

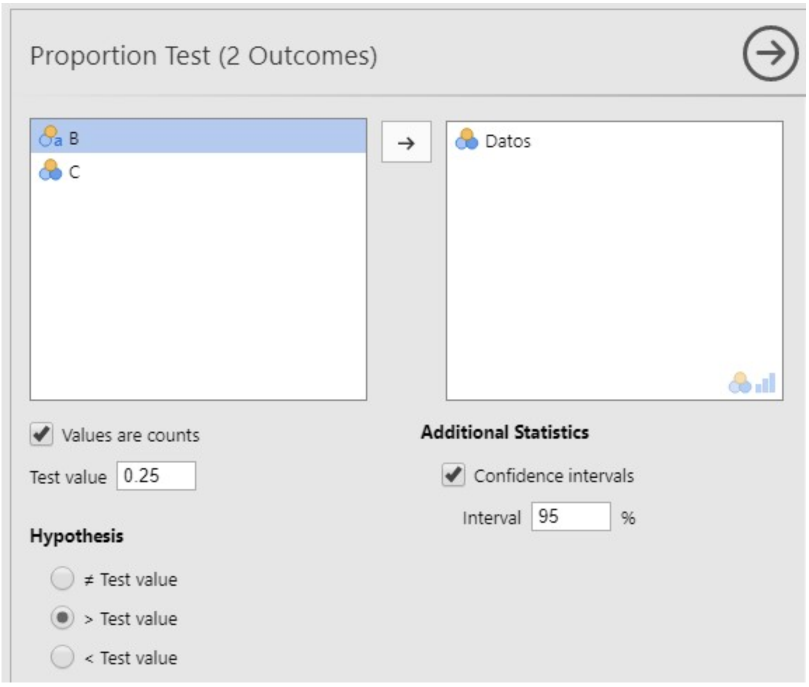
Nos fijamos en el p-valor de la línea `Y=1`, que es el que corresponde a los contrastes relativos a la proporción de individuos que han sufrido dolor. Vemos que el p-valor es menor que 0.001, por lo que rechazamos H_0 a nivel $\alpha = 0{,}05$.

Los datos son frecuencias

A veces disponemos directamente de las frecuencias de cada uno de los dos valores. Por ejemplo, en lugar de tener el fichero de los datos originales nos pueden decir que 22 entre 33 pacientes experimentaron dolor al despertar de la cirugía. En este caso, para introdurir los datos se crea una columna que incluya la frecuencia de pacientes que experimentaron dolor (22) y de aquellos que no lo hicieron (13). Es importante que esta variable tiene que ser cualitativa (tal y como se señala en el gráfico):



Ahora, para llevar a cabo el contraste, las opciones que hay que marcar son:



Obtenemos así los mismos resultados que en el caso de disponder del fichero completo.

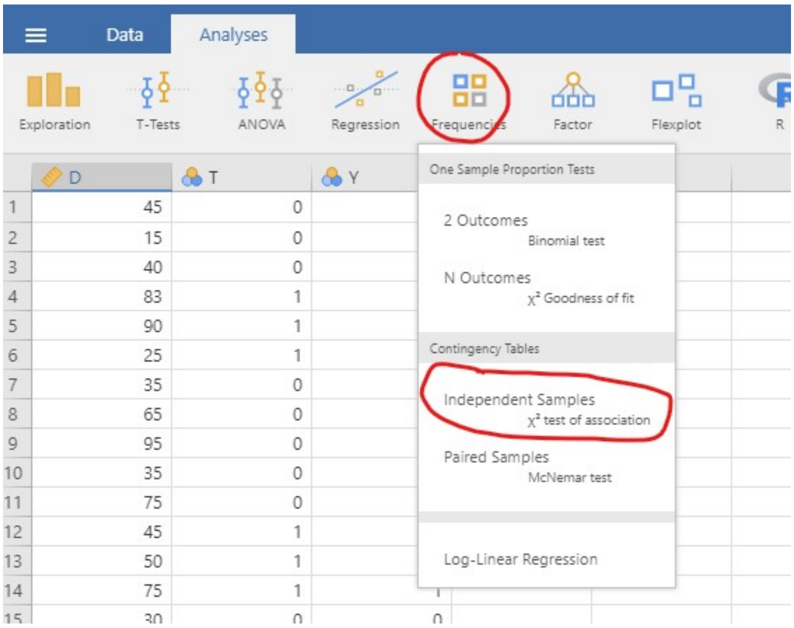
5. Comparación de dos proporciones y contrastes de homogeneidad

Veamos cómo se lleva a cabo un contraste de homogenidad (la comparación de dos proporciones es un caso particular). De nuevo distinguimos entre dos posibles casos, según los datos disponibles.

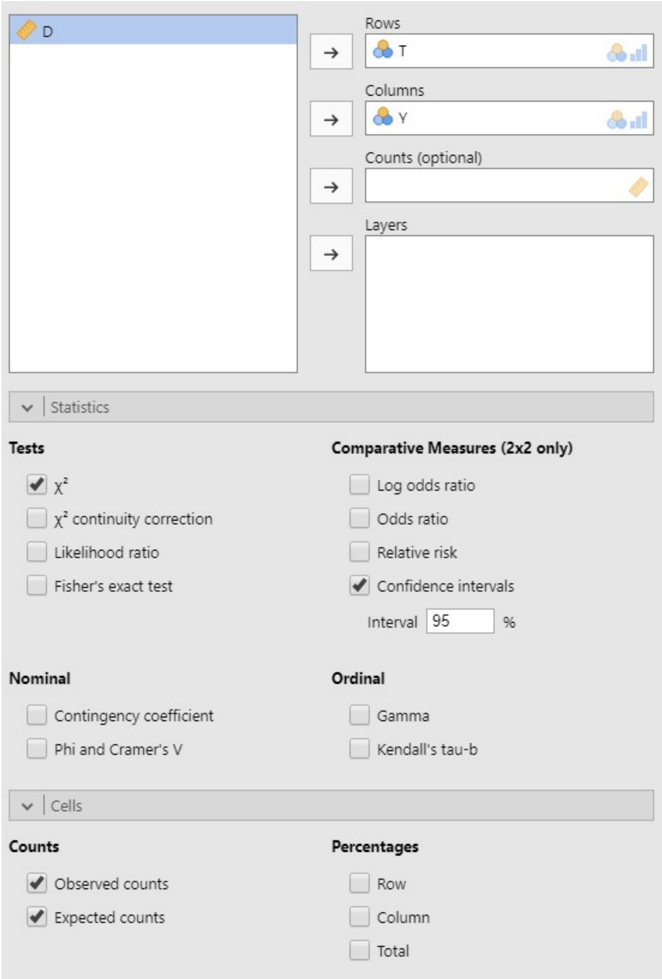
Los datos son variables dicotómicas

Con los datos de la sección anterior, supongamos que estamos interesados en saber si la distribución de individuos que experimentan dolor (equivalentemente, la proporción) es la misma en los casos de usar máscara laríngea o tubo traqueal. Si p_1 es la proporción de pacientes que sufren dolor entre los que usan máscara laríngea y p_2 es la proporción de pacientes que sufren dolor entre los que usan tubo traqueal, queremos contrastar $H_0 : p_1 = p_2$ frente a $H_1 : p_1 \neq p_2$. Seguimos los pasos siguientes:

1. Elegimos la siguiente opción del menú *Analyses*:



2. Elegimos las opciones adecuadas (véase figura) y obtenemos los resultados correspondientes. El p-valor resulta ser 0.06. Como consecuencia, no podemos rechazar la homogeneidad a nivel $\alpha = 0{,}05$, es decir, resulta aceptable la hipótesis de que la proporción de pacientes que sufren dolor no cambia con el método usado para garantizar la respiración del paciente.



Contingency Tables

T		Y: 0	Y: 1	Total
0	Observed	4	14	18
	Expected	6.69	11.3	
1	Observed	9	8	17
	Expected	6.31	10.7	
Total	Observed	13	22	35
	Expected	13.00	22.0	

χ^2 Tests

	Value	df	p
χ^2	3.53	1	0.060
N	35		

Los datos son una tabla de contingencia

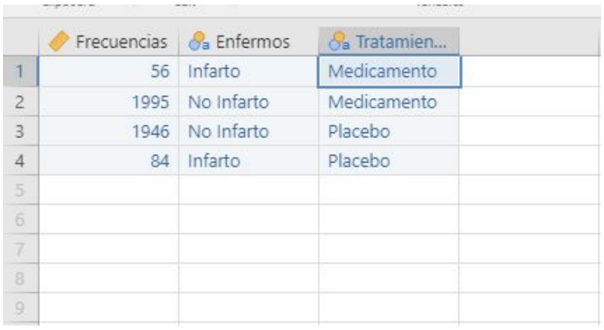
En otras ocasiones se dispone únicamente de las frecuencias (de una tabla de contingencia) en lugar de los datos originales. Veamos con un ejemplo cómo se procede en este caso.

Se ha llevado a cabo un estudio para determinar si un medicamento dirigido a reducir el nivel de colesterol reduce también la probabilidad de sufrir un infarto. Para ello, a hombres de entre 45 y 55 años se les asignó aleatoriamente uno de los dos tratamientos siguientes: 2051 hombres tomaron un medicamento para reducir el nivel de colesterol, y 2030 hombres tomaron un placebo. Durante los cinco años que duró el estudio, 56 de los hombres que tomaron el medicamento, y 84 de los que tomaron el placebo, sufrieron infartos. ¿Podemos afirmar a nivel $\alpha = 0{,}05$ que la probabilidad de sufrir un infarto es diferente en ambos grupos?

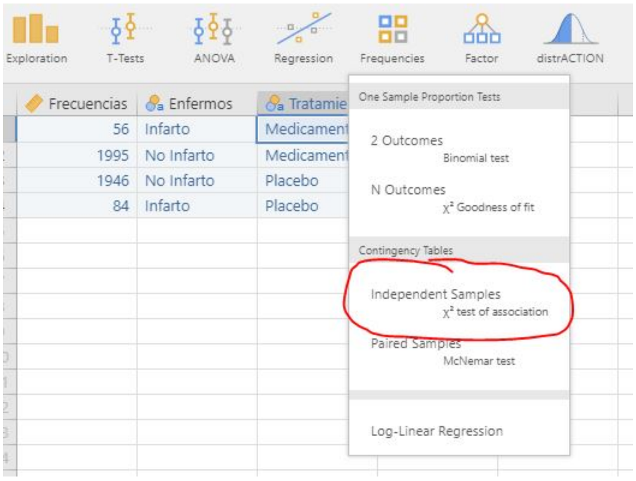
Tenemos que analizar esta tabla de contingencia:

	Medicamento	Placebo
Infarto	56	84
No infarto	1995	1946
Totales	2051	2030

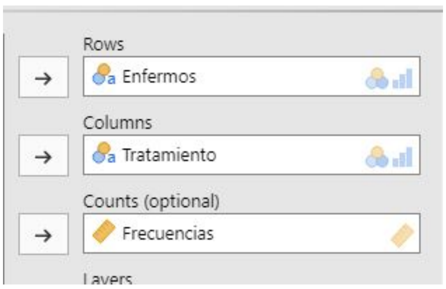
La tabla de contingencia se introduce en *jamovi* de la forma siguiente:



Para llevar a cabo el contraste, hay que ir a la siguiente opción del menú, que es la misma del apartado anterior:



Finalmente, en el cuadro de diálogo las variables se eligen así:



Se obtiene el resultado siguiente:

Contingency Tables

Enfermos	Tratamiento Medicamento	Placebo	Total
Infarto	56	84	140
No Infarto	1995	1946	3941
Total	2051	2030	4081

χ^2 Tests

	Value	df	p
χ^2	6.10	1	0.014
N	4081		

Como el p-valor vale 0,014 concluimos que hay evidencia a nivel $\alpha = 0{,}05$ para afirmar que la proporción de individuos que sufren infartos es diferente en el grupo de tratamiento y en el grupo de control.

Ejercicios

En todos los ejercicios siguientes es necesario que incluir las salidas de `jamovi` en las que se fundamentan las respuestas.

1. Con los datos de la cantidad de grasa en la carne de cerdo, contrasta a nivel $\alpha = 0{,}01$ si la cantidad media de grasa difiere significativamente de 35 g por cada 100 g. Indica claramente el p-valor del contraste. El intervalo de confianza que aparece en la salida, ¿a qué parámetro corresponde exactamente?

2. Con los datos de la ganancia de peso de los pollos calcula un intervalo de confianza de nivel 99 % para la diferencia entre las ganancias medias de peso de los pollos alimentados con los dos tipos de pienso. ¿Existe evidencia en los datos para afirmar que los pollos alimentados con maíz transgénico ganan más peso por término medio? Indica claramente cuál es el p-valor de este contraste.

3. A partir de los datos de concentraciones de zinc, calcula el coeficiente de correlación entre la concentración de zinc en el agua de la superficie y en el agua del fondo del río e interpreta el resultado obtenido. Representa un diagrama de dispersión de los datos. ¿Justifican estos resultados la suposición de que las muestras no son independientes?

4. Con los datos del fichero `garganta.omv`,

   (a) Contrasta si hay evidencia a nivel $\alpha = 0{,}01$ de que la duración media de la cirugía entre los pacientes que sufren dolor es superior a la de los pacientes que no sufren dolor. Escribe cuál es el p-valor del contraste y representa diagramas de cajas de los tiempos de cirugía de ambos grupos.

(b) Considera únicamente los pacientes a los que se aplica una máscara laríngea. Escribe un intervalo de confianza de nivel 90 % para la diferencia entre el tiempo medio de cirugía de los pacientes que sufren y que no sufren dolor.

5. Algunos estudios clínicos sugieren que el tabaquismo puede estar relacionado con la pérdida de audición con la edad. En un estudio[1] se ha clasificado a una muestra de individuos (de entre 48 y 59 años) según sean no fumadores, ex-fumadores o fumadores; y según hayan tenido o no pérdidas de audición. La siguiente tabla procede del artículo citado:

	48-59	
Smoking History	n*	% With Hearing Loss†
Nonsmokers	534	16.1
Ex-smokers	445	22.7
Current smokers	255	25.9

¿Permiten los datos afirmar a nivel $\alpha = 0{,}05$ que existe relación entre el hábito de fumar y la pérdida de audición? Indica el p-valor del contraste realizado.

[1]Cruickshanks, K.J. *et al.* (1998). Cigarette smoking and hearing loss: the epidemiology of hearing loss study. *Journal of the American Medical Association*, **279**, 1715–1719.