

Problemas de repaso: tema 5

1. Se analiza un envío de botellas sobre las que se afirma que contienen 100 cl. de agua. Examinada una muestra de 5 botellas se obtiene que la media es de 95 cl. y la cuasivarianza muestral es $s^2 = 1,1$. Al nivel de significación 5 %, ¿existe evidencia empírica para afirmar que la cantidad media de agua no es de 100 cl.?

2. Un sociólogo afirma que el 40 % de los universitarios han viajado al extranjero al menos una vez. En una muestra de 100 universitarios, se observa que 36 han salido del país en alguna ocasión. Contrastar la hipótesis del sociólogo para un nivel de significación del 10 %.

3. Se desea comparar la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura y en Galicia. Se hace un muestreo en las dos comunidades con los siguientes resultados:
 Extremadura: De 500 viviendas elegidas al azar, 300 disponen de calefacción.
 Galicia: De 1000 viviendas elegidas al azar, 680 disponen de calefacción.
 ¿Hay suficiente evidencia estadística para concluir, con un nivel de significación del 5 %, que es menor la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura que en Galicia?

4. Se recomienda que una persona mayor de 50 años consuma 15 mg de zinc al día en su dieta. En un informe sobre los hábitos alimentarios de una muestra de 100 individuos mayores de 50 años se señala que éstos consumieron una media de 11,3 mg de zinc diarios. La cuasidesviación típica muestral correspondiente a estos datos fue de 6,43. Se supone que los datos siguen una distribución normal.
 - (a) ¿Permiten estos datos concluir (al nivel de significación del 5 %) que la ingesta media de zinc en la población de esa edad es inferior a la recomendada?
 - (b) Calcula un intervalo de confianza de nivel 95 % para la varianza poblacional de la ingesta diaria de zinc.

5. La existencia de trazas de metales en el agua afecta a su sabor y, si las concentraciones son altas, puede afectar a la salud. En un estudio se seleccionaron seis localizaciones en un río y, para cada localización, se determinó la concentración de zinc en el agua de la superficie y en el agua del fondo (en mg/l). Los resultados fueron los siguientes:

Localización	1	2	3	4	5	6
Concentración en el fondo (y)	0,43	0,27	0,57	0,53	0,71	0,72
Concentración en la superficie (x)	0,41	0,24	0,39	0,41	0,60	0,61

Con el fin de facilitar los cálculos, se recomienda trabajar con los siguientes resúmenes

$$\sum_{i=1}^n x_i = 2,66 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1,278 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 3,23 \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 = 1,886$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 1,546$$

y se recomienda mantener tres cifras decimales en los cálculos, para evitar problemas con los redondeos.

- (a) Calcula la recta de regresión que resulta útil para predecir la concentración de zinc en el fondo a partir de la concentración en la superficie.
- (b) Evalúa el grado de ajuste de la recta a los datos. Si la concentración de zinc en la superficie es de 0,50 mg/l, ¿cuál sería la concentración de zinc predicha en el fondo en esa misma localización?
- (c) Asumiendo normalidad, ¿existe evidencia empírica para afirmar, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$, que la concentración media de zinc en el fondo es diferente a la concentración media en la superficie?