Investigación Operativa **Curso 2015/2016**
Grado en Matemáticas

Relación 1 de problemas

1. Una empresa de reciclaje usa papel y tela desechados para fabricar dos tipos distintos de papel reciclado. Cada tanda de papel reciclado de clase A requiere 20 kg de tela y 180 kg de papel y produce un beneficio de 500 euros, mientras que cada tanda de papel reciclado de clase B requiere 10 kg de tela y 150 kg de papel y produce un beneficio de 250 euros. La compañía dispone de 100 kg de tela y 660 kg de papel. ¿Cuántas tandas debe fabricar de cada tipo?

2. La empresa *Animales Salvajes S.A.* cría faisanes y perdices para repoblar el bosque y dispone de sitio para criar 100 pájaros durante la temporada. Criar un faisán cuesta 20 euros y criar una perdiz cuesta 30 euros. La fundación *Vida Animal* paga a *Animales Salvajes S.A.* por los pájaros de forma que se obtiene un beneficio de 14 euros por cada faisán y 16 euros por cada perdiz. La empresa dispone de 2400 euros para cubrir costes. ¿Cuántas perdices y cuántos faisanes debe criar?

3. La siguiente tabla da el porcentaje de proteínas, grasas y carbohidratos, para cinco alimentos básicos, A, B, C, D y E :

	Proteínas	Grasas	Carbohidratos
A	8.6	1.1	56.4
B	25.4	35.4	0.0
C	30.0	7.5	0.0
D	22.1	7.0	0.0
E	2.5	0.0	40.7

Los precios por 100 g de estos alimentos (dados en el mismo orden de la tabla) son 5, 17, 37, 10, 15. Si una persona necesita consumir como mínimo 75 gramos de proteínas, 90 de grasas y 300 de hidratos de carbono, plantea el problema de minimización para calcular la dieta alimenticia de mínimo coste.

4. La siguiente tabla indica los requerimientos mínimos de personal de enfermería en un hospital en distintos períodos del día.

Período del día	Número de enfermeros/as requerido
8:00-12:00	140
12:00-16:00	120
16:00-20:00	160
20:00-24:00	90
24:00-4:00	30
4:00-8:00	60

El trabajo está organizado en seis turnos de ocho horas cada uno. Cada cuatro horas comienza un nuevo turno. Por tanto, cada turno coincide durante las cuatro primeras horas con el turno anterior y durante las cuatro últimas con el turno siguiente. Plantea el problema de optimización para determinar cuántos enfermeros/as deben formar parte de cada turno, de forma que el número total sea mínimo y se cumplan los requerimientos mínimos de personal.

5. Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 27.5 kg de mantequilla para elaborar dos tipos de pasteles (A y B). Cada caja de pasteles de tipo A requiere 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla y su venta le reporta un beneficio de 20 euros. Cada caja de pasteles de tipo B requiere 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla y su venta le reporta un beneficio de 30 euros.

(a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe elaborar el pastelero de manera que se maximicen sus ganancias? Resuelve el problema gráficamente.

(b) Supongamos que la cantidad de harina disponible aumenta en un kg. ¿Cuánto aumenta el beneficio del pastelero? Contesta a la misma cuestión para un aumento de un kg en la cantidad de azúcar y mantequilla.

6. Resuelve por separado cada uno de los cuatro problemas de programación lineal que pueden escribirse al sustituir en la siguiente formulación

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & 3x + 2y \\
\text{sujeto a} & \\
& 2x + 3y \odot 6 \\
& 2x + y \bigoplus 4 \\
& x \geq 0,\ y \geq 0
\end{array}
$$

los símbolos $\odot$ y $\bigoplus$ por todas las combinaciones posibles de signos $\geq$ y $\leq$.

7. Considera el siguiente problema lineal:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & -3x_1 - 2x_2 \\
\text{sujeto a} & \\
& -2x_1 + x_2 \leq 2 \\
& x_1 - 2x_2 \leq 2 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0
\end{array}
$$

(a) Comprueba gráficamente que el problema tiene soluciones factibles pero no tiene solución óptima.

(b) Supongamos que se incorpora la restricción $x_1 + x_2 \geq 10$. Encuentra una solución óptima para el nuevo problema o comprueba que no existe.

8. Considera el siguiente problema lineal:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\
\text{sujeto a} & \\
& -2x_1 + 2x_2 \leq 1 \\
& 16x_1 - 14x_2 \leq 7 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0
\end{array}
$$

(a) Encuentra gráficamente una solución óptima (x_1, x_2).

(b) Supongamos además que cada variable está restringida a tomar valores enteros. ¿Se obtiene un punto factible al redondear cada componente de la solución óptima al entero más próximo?

(c) Encuentra gráficamente una solución óptima entera.

9. Una propiedad conocida de la mediana de un conjunto de datos $y_1, \ldots, y_n$ es que minimiza en θ el valor de $\sum_{i=1}^{n} |y_i - \theta|$. Plantea este problema de optimización como un problema lineal en forma estándar.