Como ya te comenté, esta última hoja es bien distinta de las anteriores. La tarea que te propongo es que introduzcas los ingredientes necesarios para enunciar el teorema sobre el *polinomio de clases* que aparece al comienzo de [CR10, §5] y des una idea de su prueba. Dependiendo del tiempo y ganas que tengas puedes plantearte escribir la prueba completa porque está en [CR10].

Dos cosas que deberías mencionar son la ecuación modular y la aplicación a que la llamada *constante de Ramanujan* (aunque es de Hermite) está muy cerca de un entero. La ecuación modular es un objetivo en sí mismo y sugiero que en tu trabajo dé nombre a este capítulo.

Una buena parte del artículo tiene material que conoces y al que te puedes referir, por ejemplo los operadores de Hecke aparecen en §5.1 sin mencionar su nombre. Las cosas nuevas son el número de clases de formas cuadráticas binarias positivas y la función j. Respecto a lo primero, la parte inicial de §3 tiene todo lo que necesitas y creo que te será fácil aprenderlo rápido. Por otro lado, la función j es un ejemplo de función modular, en cierto modo la única para $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$. Recuerda que la fórmula de la dimensión nos decía que no había formas modulares de peso cero, es decir, cumpliendo $f(\gamma z) = f(z)$ para $\gamma \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$. Sin embargo sí hay funciones invariantes por este grupo cuando se permiten "polos en el infinito" y se les llama *funciones modulares*. Tienen alguna aplicación en variable compleja, por ejemplo sirven para dar una prueba breve del teorema pequeño de Picard. La función modular más sencilla es j y como se muestra en §4.1 no es difícil ver que todas las funciones modulares se obtienen a partir de ella. Lo sorprendente es la riqueza que encierra. Aparte de las implicaciones aritméticas que estudiarás, constituyó una gran sorpresa la observación experimental en 1978 por parte del famoso especialista en teoría de grupos J. McKay de que los coeficientes de Fourier de j tenían que ver con el llamado *grupo monstruo* (un grupo simple de aproximadamente $8 \cdot 10^{53}$ elementos, el más grande que escapa a las familias de grupos simples). Este hecho, conocido como *moonshine*, no se probó hasta 1992.

Un último comentario es que [CR10] proviene de intentar escribir la parte correspondiente en [Zag08] para un público muy amplio y con esa motivación encontramos algunos atajos. A ti que ya sabes del tema quizá te convenga mirar esta última referencia.

Referencias

[CR10] F. Chamizo and D. Raboso. Formas modulares y números casi enteros. *Gac. R. Soc. Mat. Esp.*, 13(3):539–555, 2010.

[Zag08] D. Zagier. Elliptic modular forms and their applications. In *The 1-2-3 of modular forms*, Universitext, pages 1–103. Springer, Berlin, 2008.