

El propósito de esta hoja es que escribas en tu trabajo algo relativo a la *solución de Kerr*. Esta es una métrica que según los modelos representa el espacio tiempo en el exterior de una masa con simetría esférica que gira. Esto tiene especial relevancia en el estudio de los agujeros negros porque los modelos de formación sugieren que necesariamente hay una rotación y por tanto la solución de Schwarzschild es solo una idealización matemática.

En la gravitación newtoniana una masa genera la misma gravedad gire o no gire. Por otro lado, en la gravitación de la relatividad general el giro tiene que ser importante para que realmente induzca cambios apreciables. Así que no creo que los efectos de la rotación del Sol, que es aproximadamente de una vuelta por mes (lo cual es notable teniendo en cuenta que su radio es unas 100 veces mayor que el de la Tierra) den una desviación fácilmente medible con respecto a la solución de Schwarzschild, aunque no he comprobado numéricamente qué se obtiene.

Las fuentes que te sugiero son:

- [Ber14] <https://amslaurea.unibo.it/6898/>. Este es un trabajo de fin de grado de un alumno de la Universidad de Bolonia. De lo que he visto seguramente es lo que te puede resultar más útil si te quieres meter en aspectos matemáticos.
- [Wik19] https://en.wikipedia.org/wiki/Kerr_metric. La entrada de la wikipedia. Te recomiendo que le des al menos un vistazo somero.
- [HT90]. El capítulo 22 son unas pocas páginas sobre la solución de Kerr que dan unas ideas muy breves pero interesantes.
- [Vis07] <https://arxiv.org/abs/0706.0622>. Se entretiene bastante con las diferentes coordenadas y hace comentarios históricos que quizá te interesen.
- [HH14] <https://arxiv.org/abs/1503.02172>. Sinceramente no lo he mirado demasiado pero creo que el capítulo 3 te puede servir para sacar algún material dependiendo de tus preferencias. Tira bastante de diagramas de Penrose, que no hemos estudiado.

Te doy a continuación algunas indicaciones vagas de cómo proceder por si las quieres seguir. De antemano te digo que incluyas lo que prefieras. Para ser realista queda poco tiempo y no te dará tiempo a leer demasiado por tanto no te sientas defraudado si al final en tu TFG solo hay unos pocos párrafos sobre esto. Lo que llevas hecho es sin más añadidos un trabajo bastante completo de relatividad. Por otro lado, yo no sé demasiado sobre la métrica de Kerr por tanto mis indicaciones no las tomes como demasiado autorizadas.

1. Mira algo acerca de la historia de la solución de Kerr. Como ves es bastante tardía. De las referencias anteriores hay más detalles en [HH14, §3.1]. Seguro que en la red encuentras más información.

2. Da un vistazo general a [HT90] y a [Wik19]. Está claro que hay cosas que no te sonarán (por ejemplo los campos de Killing que son una forma de expresar simetrías en geometría) pero intenta sacar alguna idea de lo que entiendas.
3. Busca la expresión de la métrica de Kerr en coordenadas de Boyer-Lindquist y convéncete de que cuando $a \rightarrow 0$, que corresponda a que no haya rotación, se tiene la métrica de Schwarzschild. Esto viene en cualquiera de las referencias. En [HT90] está especialmente breve.
4. Intenta decir algunas palabras sobre el significado físico del *frame dragging* (arrastre del espacio-tiempo). Aunque ya avise que no es muy serio, las fotos de [HH14, p.25] son ilustrativas. En [Wik19] viene alguna cosa con fórmulas y quizá te resulte más sencillo [Ber14, §2.2].
5. Habla de los horizontes que aparecen con la métrica de Kerr en coordenadas de Boyer-Lindquist. En [HT90, §22.2] verás cómo evitar uno de los horizontes geoméricamente usando otras coordenadas (como en el caso de Schwarzschild). Eso da pie a que hables de diferentes coordenadas que se usan para describir la métrica de Kerr. En [Vis07], como te he dicho, se extiende bastante con esto.
6. Una de las cosas más interesantes es que digas algo aunque sea cualitativo de las trayectorias. Por ejemplo en las cercanías de los horizontes. Nunca he mirado con cuidado estas cosas pero al parecer en [Ber14, §3.3] hay cálculos en este sentido. También en [HH14, (154)] hay una expresión explícita.
7. Puedes intentar decir alguna palabras sobre el proceso de Penrose. No sé si el cálculo matemático es asequible, supongo que es difícil pero eso no quita para mencionar esta curiosa propiedad que ha dado mucho juego a los físicos.

Referencias

- [Ber14] M. Bernagozzi. A mathematical introduction to Kerr black holes. Tesi di laurea. Università di Bologna, 2014.
- [HH14] C. Heinicke and F. W. Hehl. Schwarzschild and Kerr Solutions of Einstein's Field Equation – an introduction. *Int. J. Mod. Phys.*, D24(02):1530006, 2014.
- [HT90] L. P. Hughston and K. P. Tod. *An introduction to general relativity*, volume 5 of *London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

- [Vis07] M. Visser. The Kerr spacetime: A Brief introduction. In *Kerr Fest: Black Holes in Astrophysics, General Relativity and Quantum Gravity Christchurch, New Zealand, August 26-28, 2004*, 2007.
- [Wik19] Wikipedia contributors. Kerr metric — Wikipedia, the free encyclopedia, 2019. [Online; accessed 6-May-2019].