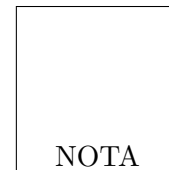


Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Topología.

Segundo Curso de CC. Matemáticas. 6 de septiembre de 2003

Apellidos..... Nombre.....

D.N.I. Grupo

1. Sea $A = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\} \cup \{(1 + 1/n, y), n \in \mathbb{N}, 0 < y < 1\} \cup \{(x, 0) : 1 < x < 2\}$.

- a) Encontrar los conjuntos $\text{int}(A)$, \bar{A} y ∂A (interior, cierre y frontera, respectivamente).
 - b) Estudiar si el conjunto A es conexo, si es conexo por caminos y si es compacto.
 - c) Estudiar las mismas cuestiones del apartado b) para el conjunto \bar{A} .
-

2. Sea X compacto y $\mathcal{C} = \{f : X \rightarrow \mathbb{R}\}$ conjunto de funciones continuas tales que

- i) Si f y g pertenecen a \mathcal{C} , entonces $f \cdot g \in \mathcal{C}$,
- ii) Para todo $x \in X$ existe un entorno $U(x)$ y una función $f \in \mathcal{C}$ tal que $f \equiv 0$ en $U(x)$.

Demostrar que la función nula pertenece al conjunto \mathcal{C} .

3. Determinar, justificando la respuesta, cual de los siguientes espacios es homeomorfo a cual.

$$(0, +\infty), \quad \mathbb{R}, \quad S^1, \quad \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}, \quad \left\{ \left(\frac{t}{t+1} \sin t, \frac{t}{t+1} \cos t \right) : t \in (0, +\infty) \right\}.$$

4. Dado (X, T) espacio topológico, caracterizar los subconjuntos $A \subseteq X$ que verifican que la función característica asociada a A , definida como

$$f(x) = 1 \quad \text{si } x \in A, \quad f(x) = 0 \quad \text{si } x \in X \setminus A,$$

es continua cuando:

- a) $X = \mathbb{R}$ y la topología considerada es la usual.
- b) $X = \mathbb{R}$ y la topología considerada es la discreta.