

Nombre y apellidos.....

DNI: _ _ _ _ _

1) Calcular $\left(\frac{3}{p}\right)$, con p primo impar, en términos de las clases de congruencias de p módulo 12.

2) Halla una fórmula para la suma de los inversos de los divisores de $n > 1$ en términos de su factorización.

3) Demostrar que si r es una raíz primitiva módulo p (primo impar), entonces r no es un residuo cuadrático.

4) Demostrar que para $|z| < 1$ se cumple $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi(n)}{n} \log(1 - z^n) = \frac{z}{1 - z}$.

Nombre y apellidos.....

DNI: _ _ _ _ _

1) Sea r una raíz primitiva módulo 19. Demostrar que las soluciones de $x^3 \equiv 1 \pmod{19}$ son exactamente $x \equiv 1, r^6, r^{12}$.

2) ¿Para qué valores impares de n es $\sigma(n)$ impar?

3) Decidir si las ecuaciones $x^2 \equiv 13 \pmod{67}$ y $x^2 \equiv 3 \pmod{25}$ tienen solución.

4) Demostrar que hay infinitos primos de la forma $6n + 1$, probando primero que para $p > 3$, $p|k^2 + 3 \Rightarrow p \equiv 1 \pmod{6}$.