Prácticas de Cálculo Numérico II   septiembre 2006

La notación es la habitual:

`f`: es una variable de caracteres en la que se almacena el nombre del fichero que contiene una función que dependerá de un escalar `x` y de un vector columna `y`, y devolverá un vector columna que contendrá el valor de la función del lado derecho en el punto $(\mathtt{x}, \mathtt{y})$.

`a`: es el nodo inicial.   `b`: es el nodo final.

`N`: es el número de nodos menos uno, $\mathtt{a} = x_0, \ldots \mathtt{b} = x_{\mathtt{N}}$.

`y0`: es el vector (columna) de condiciones iniciales.

La ecuación que se considera es $y' = f(x, y)$, $y(\mathtt{a}) = \mathtt{y0}$.

Nota: Las prácticas deben entregarse antes de la fecha del examen de teoría.

---

1) Crear una función en un fichero Matlab llamado `euler.m` cuya primera línea sea `function y=euler(f,a,b,N,y0)` que aplique el método de Euler y dibuje la gráfica del resultado.

2) a) Crear una función en un fichero Matlab llamado `inest.m` cuya primera línea sea `function y=inest(f,a,b,N,y0)` y que aplique el método

$$y_{n+2} + \frac{1}{4} y_{n+1} - \frac{5}{4} y_n = \frac{h}{4}\big(8f(x_{n+1}, y_{n+1}) + f(x_n, y_n)\big)$$

para aproximar el valor de $y(\mathtt{b})$.

b) Crear un fichero llamado `graf.m` que al ejecutarse muestre el dibujo de la gráfica de $\mathtt{error}(\mathtt{N}) = \mathtt{inestp21}(\mathtt{f}, 0, 1, \mathtt{N}, 1) - e$ para $2 \le \mathtt{N} \le 45$ cuando $f(x, y) = y$.

3) a) Diseñar un programa `rk.m` cuya primera línea sea `function y=rk(f,a,b,N,y0)` que aplique el método de Runge-Kutta de tablero:

$$\begin{array}{c|cccc} 0 & & & & \\ 1/2 & 1/2 & & & \\ 1/2 & 0 & 1/2 & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline & 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \end{array}$$

b) Con un programa llamado `diag.m`, dibujar $(\mathtt{log}(\mathtt{nef}), -\mathtt{log}(\max \|y(x_n) - y_n\|))$, donde `nef` denota el número de evaluaciones de función, al aplicar `rk(f,0,1,N,[1 1]')` al sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 y_2 \\ y_2' = y_2 \end{cases}$$

en un rango de valores de `N` que parezca ilustrativo. En líneas de comentario al comienzo del programa, explicar la forma de la gráfica obtenida.

4) a) Establecer un esquema de diferencias finitas para el problema:

$$-(x^2+1)u'' - 4xu' + (x^2-1)u = f, \qquad u(a) = u(b) = 0,$$

con un programa llamado `fini.m` cuya primera línea sea `function u=fini(f,a,b,N)`. Se requiere el uso de matrices dispersas.

b) Escogiendo la función f que corresponde a la solución $u = \operatorname{sen} x$ con $a = 0$, $b = \pi$; crear un programa llamado `errdiffin.m` que dibuje el error, $\max \|u(x_n) - u_n\|$, para un rango de valores de `N`. Hacer alguna conjetura en las primeras líneas de comentario sobre la dependencia en `N` para `N` grande.