Práctica I

Instrucciones:

- Fecha de entrega: 28 de octubre de 2005.
- Los ficheros de la práctica deben estar en un subdirectorio llamado `pr1` en el directorio raíz de cada cuenta.
- Los programas deben estar documentados con líneas de comentario. Recuérdese que lo que aparece al usar `help fichero` son las primeras líneas comentadas.

Práctica obligatoria:

1) Aprobar la práctica requiere programar el método de Euler para el problema de valores iniciales para sistemas.

El formato será una función en un fichero Matlab llamado `eulerp11.m` cuya primera línea sea `function y=eulerp11(f,a,b,N,y0)` donde:

`f`: es una variable de caracteres en la que se almacena el nombre del fichero que contiene una función que dependerá de un escalar `x` y de un vector columna `y`, y devolverá un vector columna que contendrá el valor de la función del lado derecho en el punto $(\mathtt{x},\mathtt{y})$.

`a`: es el nodo inicial. `b`: es el nodo final.

`N`: es el número de nodos menos uno, $\mathtt{a} = x_0, \dots \mathtt{b} = x_{\mathtt{N}}$.

`y0`: es el vector (columna) de condiciones iniciales.

En resumen, el método debe aproximar la solución de $y' = f(x,y)$, $y(\mathtt{a}) = \mathtt{y0}$.

Prácticas adicionales:

2) a) Sea $y_{\mathtt{N}}$ la salida de `eulerp11(f,0,1,N,0)` cuando `f` es la función $f(y) = y+1$. Crear una función en un fichero Matlab llamado `grafp12.m` cuya primera línea sea `function grafp12(N)` tal que al ejecutar `grafp12(M)` con $\mathtt{M} > 10$ entero, se obtenga la gráfica de la función $F(\mathtt{N}) = \mathtt{N}(y_{\mathtt{N}}+1)/e - \mathtt{N}$ cuando `N` varía entre 10 y `M`.

b) En un fichero de texto `explp12.txt` de un máximo de 10 líneas, conjeturar el valor exacto del límite de $F(\mathtt{N})$ cuando $\mathtt{N} \to \infty$ y probar brevemente dicha conjetura.

3) a) Escribir un programa Matlab llamado `grafp13.m` que utilice `eulerp11.m` y dibuje los errores $\|y_{\mathtt{N}} - y(1)\|$ y $\|\widetilde{y}_{\mathtt{N}} - \widetilde{y}(1)\|$ cuando `N` varía entre 50 y 100, donde $y_{\mathtt{N}}$ e $\widetilde{y}_{\mathtt{N}}$ son las aproximaciones `eulerp11(f,0,1,N,[0 0]')` a las soluciones de los sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1' = 1 \\ y_2' = x - y_1^2 \\ y_1(0) = y_2(0) = 0 \end{array} \right. \qquad \text{y} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \widetilde{y}_1' = 1 \\ \widetilde{y}_2' = 2x - \widetilde{y}_1^2 \\ \widetilde{y}_1(0) = \widetilde{y}_2(0) = 0 \end{array} \right.$$

cuyas soluciones exactas son $y = (x, \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3)^T$, $\widetilde{y} = (x, x^2 - \frac{1}{3}x^3)^T$.

b) En un fichero de texto `explp13.txt` de un máximo de 15 líneas, dar razones teóricas que expliquen por qué la aproximación es excepcionalmente buena en el primer caso (error comparable a N^{-2}) y no en el segundo (error comparable a N^{-1}). Nota: $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.

4) Crear en `trapep14.m` una función `function [y,nef]=trapep14(f,a,b,N,y0)` que aplique la regla del trapecio resolviendo el sistema de ecuaciones resultante (en general no lineal) mediante iteración de punto fijo, con la siguiente particularidad: si tras a lo más 5 iteraciones las dos últimas aproximaciones de la solución del sistema distan más de h^3 (donde h es el paso), entonces se reintentará continuar la regla del trapecio con paso $h/2$ y así sucesivamente.

Nota: El significado de los parámetros es como en `eulerp11` añadiendo que `nef` es el número de evaluaciones de función.