

**A** Apellidos y Nombre: .....

1) Explica en pocas palabras el tema y los objetivos previstos en tu trabajo.

2) Escribe acerca de uno de los siguientes temas: a) El principio de Hamilton. b) La deducción de la ecuación del calor.

3) Escribir las ecuaciones del Euler-Lagrange que sirven para hallar la gráfica  $C^2$  de menor longitud uniendo  $(0, 0)$  con  $(1, 1)$ , y calcular su solución.

4) Sabiendo que la velocidad angular  $\vec{\omega} = \vec{\omega}(t)$  satisface las ecuaciones

$$I_1\omega_1' = (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 \quad I_2\omega_2' = (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \quad I_3\omega_3' = (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2,$$

demostrar que  $I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2$  se conserva a lo largo del tiempo.

5) Si  $\sum a_n e(nx)$  es el desarrollo de Fourier de una función par, ¿son los  $a_n$  siempre reales?

6) Un euro de hoy serán 1'25 euros en el año 2004. Una acción de 100 euros valdrá entonces 200 si España va bien y 50 si va mal. Nos ofrecen un contrato que paga 150 si la acción sube y nada si baja. ¿Cuánto pagarías hoy por dicho contrato?

**B** Apellidos y Nombre:.....

1) Explica en pocas palabras el tema y los objetivos previstos en tu trabajo.

2) Escribe acerca de uno de los siguientes temas: a) La braquistocrona. b) Las series de Fourier en la ecuación del calor.

3) Si en cierto sistema mecánico en el que usan las coordenadas  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$ , el lagrangiano es  $L = (r')^2 + r^2(\theta')^2 + (1+r)(\phi')^2 + r^6$ , hallar dos cantidades que se conserven (permanecen constantes) a lo largo del movimiento.

4) La solución de la ecuación del calor en la recta real con  $u(x, 0) = f(x)$  suficientemente regular es  $u(x, t) = (4\pi t)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-y)^2/(4t)} f(y) dy$ . Explicar dónde está el fallo en el razonamiento:  $\lim_{t \rightarrow 0^+} t^{-1/2} e^{-\alpha/t} = 0 \forall \alpha > 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0^+} u(x, t) = 0 \Rightarrow f \equiv 0$ .

5) Explicar por qué cuando se emplea una base que depende de  $t$ , la derivada del vector  $(x(t), y(t), z(t))$  no es, en general,  $(x'(t), y'(t), z'(t))$ .

6) Un euro de hoy serán 1'25 euros en el año 2005. Una acción de 10 euros valdrá entonces 20 si España va bien y 5 si va mal. Nos ofrecen un contrato que paga 15 si la acción sube y nada si baja. ¿Cuánto pagarías hoy por dicho contrato?