Nota: En esta hoja $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum x_i$.

1) 2 negras y 5 blancas.

2) $\widehat{\theta} = \sqrt{\sum x_i^2/2N}$.

3) $\widehat{\theta} = 0$. Como la muestra es pequeña no es muy fiable y nos dejamos llevar por nuestros prejuicios de que en la actualidad la proporción suele estar cercana al 50 %.

4) a) $\widehat{\theta} = \frac{1}{N}\sum x_i - 1$.
b) Es insesgado.

5) a) $\widehat{\theta} = N/(\sum \log x_i)$.
b) $\widehat{\theta} = \bar{x}/(\bar{x}-1)$.

6) $\widehat{\mu} = \frac{1}{N}\sum \log x_i$, $\widehat{\sigma} = \frac{1}{N}\sum(\log x_i - \widehat{\mu})^2$.

7) El estimador de máxima verosimilitud es $\widehat{\lambda} = 8/9$ con ello $P(X > 2) \approx 0{,}0610\dots$

8) a) $\widehat{\theta} = N/\sum x_i^2$. Es suficiente.
b) $\widehat{\theta} = \frac{\pi}{4}(\bar{x})^{-2}$ con $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum x_i$.

9) a) $\widehat{\theta} = 3\bar{x}$.
b) $V[\widehat{\theta}] = \frac{1}{N}(3-\theta^2)$. Es consistente (tiende a cero).

10) a) $\widehat{\theta} = \bar{x}$ y $\widehat{\theta^2} = (\bar{x})^2$.
b) Es insesgado. $V[T] = 5\theta^2/9$.

11) a) $\widehat{\sigma} = \sqrt{N^{-1}\sum x_i^2 - 2{,}89}$.
b) $x_i^2 < 1{,}7^2 = 2{,}89 \Rightarrow N^{-1}\sum x_i^2 - 2{,}89 < 0$.
c) $\mu = 1{,}7 = \bar{x}$, $x_i < 1{,}7 \Rightarrow$ contrad.

12) a) $E[\bar{X}] - \theta = \theta + 1/2 - \theta = 1/2$ es sesgado.
b) $E[(\bar{X}-\theta)^2] = N^{-2}E[(\sum(x_i - \theta - \frac{1}{2})^2] + \frac{1}{4} = N^{-1}V[X] + \frac{1}{4} = \frac{1}{12N} + \frac{1}{4}$.
c) Basta restar 1/2.

13) b) $\widehat{\theta}_1 = n_{23}/N$, $\widehat{\theta}_2 = n_{13}/N$.

14) $\widehat{\theta} = \min x_i$, $\widehat{\theta^{-1}} = (\min x_i)^{-1}$.

15) a) $T = x_1 x_2 \dots x_N$ es suficiente.
b) $\widehat{\theta} = -N/(\sum \log x_i)$.
c) $\widehat{\theta} = \bar{x}/(1-\bar{x})$.

16) a) $\widehat{\theta} = (1-\bar{x})/\bar{x}$ y $\widehat{\theta} = -(\sum \log x_i)/N$.
b) $2^{N/(\sum \log x_i)}$.