

1) Una urna contiene 4 bolas, cada una de las cuales puede ser blanca o negra. Para decidir si la hipótesis de que hay dos blancas y dos negras es plausible, extraemos siete bolas con reemplazamiento y rechazamos esta hipótesis si obtenemos menos de 2 bolas blancas o más de 5.

a) Hallar el nivel de significación, es decir, la probabilidad de que rechacemos la hipótesis siendo cierta.

b) Si la composición de la urna es una blanca y tres negras, ¿cuál es la probabilidad de que aceptemos (erróneamente) la hipótesis?

2) Supongamos que deseamos contrastar la hipótesis $H_0 : \mu = \mu_0$ en una población normal con un nivel de significación $\alpha = 0,1$.

a) Si la varianza es conocida, comprobar que la región de aceptación se reduce a la mitad cuando el tamaño de la muestra se multiplica por 4.

b) Con ayuda de una tabla, comprobar que también en el caso de varianza desconocida la región de aceptación decrece con el tamaño de la muestra y de hecho para muestras grandes la región es similar a la de a).

De estos apartados parece deducirse que es más fácil corroborar una hipótesis cuantos menos experimentos hagamos ¿qué significa esto?

3) Una empresa fabrica cuerdas cuya resistencia media a la rotura es de 300 kg., con desviación típica 24 kg. Una muestra de 64 cuerdas fabricadas mediante un nuevo proceso dio una resistencia media de 310 kg. La compañía desea estudiar si con nivel de significación 0,05 el nuevo proceso da mejores resultados que el antiguo.

4) Hallar el nivel de significación a partir del cual la compañía del ejercicio anterior no podría concluir que el proceso ha mejorado.

5) La longitud media de los ejes fabricados por una compañía es 7,05 mm con desviación típica 0,15 mm. Una muestra de tamaño 36, seleccionada como control del proceso, dio una media de 6,95 mm. ¿Cabe esperar, a partir de este dato, que hay algún fallo en el proceso de producción? (Tómese nivel de significación $\alpha = 0,05$.)

6) En cierta licenciatura hay muchos alumnos (varones) y pocas alumnas, por ello se puede asegurar con fiabilidad que las calificaciones de los primeros siguen una normal de media 5,5 pero entre las alumnas sólo se tiene una muestra de 20 exámenes con media 6 y cuasivarianza 2. Suponiendo las varianzas iguales (y desconocidas) ¿se puede concluir con nivel de significación 0,05 que las calificaciones medias de los alumnos son iguales que las de las alumnas?

7) [12] Se tienen algunos indicios de que el consumo de tabaco tiende a provocar problemas de trombosis debidos a un aumento en la capacidad de coagulación. Para estudiar esta hipótesis, Levine (1973) extrajo muestras de sangre de 11 individuos antes y

Los números entre corchetes indican problemas del libro de J. de la Horra.

después de que fumasen un cigarrillo y midió la capacidad de agregación de las plaquetas, obteniendo que la diferencia en la agregación de las plaquetas venía dada por

$$-2, \quad -4, \quad -10, \quad -12, \quad -16, \quad -15, \quad -4, \quad -27, \quad -9, \quad 1, \quad -15.$$

¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel de significación 0.01) a favor de la hipótesis de que los fumadores presentan mayor tendencia a la formación de coágulos por aumento de la capacidad de agregación de las plaquetas?

8) Un laboratorio de farmacia afirma que un producto que elabora es efectivo para aliviar cierta molestia en más del 90% de los casos. Ese medicamento recetado a una muestra aleatoria de 300 personas enfermas dio buen resultado en 240 casos. ¿Se puede aceptar al nivel de significación 0,01 que la afirmación del laboratorio es correcta?

9) Se sabe que en cierta provincia durante un año han nacido 14466 bebés de los cuales 7043 son niñas. ¿Es aceptable la hipótesis de igualdad de probabilidad de nacimiento de niño y niña en esa provincia? Utilícese el nivel de significación 0,05.

10) ¿En qué rango de nacimientos de niñas se aceptaría la hipótesis del problema anterior? ¿Y si empleásemos un test χ^2 para contrastar que la distribución es $B(14466, 1/2)$ con el mismo nivel de significación?

11) [9] La duración media de una muestra de 10 bombillas tiene una cuasivarianza $s_1^2 = 115^2$ y al cambiar el material del filamento la cuasivarianza en una nueva muestra de 12 bombillas pasa a ser $s_2^2 = 106^2$. ¿Puede aceptarse que las varianzas, antes y después del cambio del filamento, son iguales con nivel de significación $\alpha = 0,1$?

12) Una muestra aleatoria de 3839 observaciones de una población en la que se ha clasificado a los individuos en cuatro tipos A, B, C y D ha dado las siguiente composición:

Tipo A	Tipo B	Tipo C	Tipo D
1997	906	904	32

Contrástese si es aceptable, al nivel del 1%, la hipótesis:

$$H_0 : P(A) = 9/16, \quad P(B) = P(C) = 3/16, \quad P(D) = 1/16.$$

13) [1] Después de lanzar un dado 500 veces, se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	76	83	90	78	99	74

Al nivel de significación 0,05, ¿se puede afirmar que el dado es regular?

14) [5] Una fábrica de automóviles quiere averiguar si la preferencia de modelo tiene relación con el sexo de los clientes. Se toman dos muestras aleatorias de 1000 hombres y 1000 mujeres y se les da a elegir sobre tres modelos: A, B, C, observándose las siguientes preferencias:

	A	B	C
Mujer	340	400	260
Hombre	350	270	380

¿Son homogéneas las preferencias entre hombres y mujeres, al nivel de significación 0.01?

15) [13] Se ha realizado una encuesta en una ciudad con objeto de estudiar las posibles relaciones entre el nivel educativo (educación superior, media o primaria) de las personas y el nivel de consumo (bajo, medio o alto) de un determinado producto. Los resultados, para 400 personas seleccionadas al azar, han sido:

	Bajo	Medio	Alto
Superior	31	41	44
Media	28	79	125
Primaria	16	17	19

Contrastar estadísticamente (al nivel 0,01) la independencia entre el nivel educativo y el nivel de consumo.