Geometría IV

18/06/2008 10:00 C-0 207

1) Responder brevemente a las siguientes preguntas:
i) Si ω es una 2-forma, ¿se cumple siempre $\omega \wedge \omega = 0$?
ii) ¿Para qué funciones f es la forma $x^2\, dx + (e^y + f(x))\, dy \in \Omega^1(\mathbb{R}^2)$ cerrada?

2) Sea $\omega = x\, dy \wedge dz + y\, dx \wedge dz + 6z\, dx \wedge dy \in \Omega^2(\mathbb{R}^3)$. Calcular con alguna de las orientaciones $\int_{S^2} i^*\omega$ donde $i : S^2 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ es la inclusión.

3) Consideramos el espacio-tiempo bidimensional $\{(t,x) \in \mathbb{R} \times (-1,1)\}$ dotado de la métrica $(x^2-1)^{-1}dt^2 + dx^2$. Hallar los símbolos de Christoffel. Decidir si las partículas materiales que se sueltan cerca de $x = 1$ partiendo del reposo, $x'(0) = t(0) = 0$, adquieren aceleración inicial $x''(0)$ grande o pequeña.

4) Calcular los grupos de cohomología de S^2 menos tres puntos.

5) En $M = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ se define el tensor T que con la carta trivial viene dado por

$$T = \frac{\partial}{\partial x} \otimes dy - \frac{\partial}{\partial y} \otimes dy.$$

Sea $\big(M, \phi = (r,\theta)\big)$ la carta en polares. Calcular $T\big(dr, \frac{\partial}{\partial r}\big) + T\big(d\theta, \frac{\partial}{\partial \theta}\big)$.

Duración: Dos horas.
Puntuación: $2+2+2+2+2$.