1. Estúdiese la convergencia de las siguientes series:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2-6n+17}, \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!+n^2}.$$

2. Demuéstrese a partir de la definición de límite que:

$$\lim_{x\to 0} \cos\frac{1}{x} \neq 0.$$

<u>Nota</u>: Aunque bastaría demostrar que $\lim_{x\to 0}\cos\frac{1}{x}$ no existe, sólo se pide probar que si existiera no podría ser cero.

3. Indíquese razonadamente si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas (dando un contraejemplo si son falsas o una demostración si son verdaderas):

a) Si $a_n \ge 0$ y $\lim a_n\sqrt{n} = 0$ entonces $\sum a_n$ converge.

b) Si una serie converge condicionalmente también lo hace absolutamente.

4. Supongamos que pudiera existir una partícula en movimiento rectilíneo con velocidad inicial tres, tal que cada vez que recorriera un metro su velocidad cambiase de golpe elevándose al cuadrado. Sea T_n el tiempo que tarda la partícula en recorrer n metros. Probar que T_n es una sucesión acotada superiormente.