

1. Hallar el polinomio de Taylor de grado 4 alrededor de  $a = 0$  de las funciones  $f(x) = \sqrt{1+x}$  y  $g(x) = \log \cos x$ .

2. Calcular el polinomio de Taylor de grado  $2n$  alrededor de  $a = 0$  de la función  $f(x) = \log(1-x^2)$ .

3. Utilizando polinomios de Taylor, aproximar  $\sqrt{e}$  con un error inferior a 0'01 sin utilizar calculadora.

4. Hallar el polinomio de Taylor de  $\cos x$  de grado 4 alrededor de  $a = \pi/3$ .

5. Hallar los polinomios de Taylor de  $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$  de grados 1, 2, 3 y 4 alrededor de  $a = 2$ . Si operásemos el último, ¿qué se obtendría?

6. Utilizando polinomios de Taylor, calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x^4)}{\text{sen}^4 x}.$$

7. Dada  $f$  considérese el límite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-h) + f(h) - 2f(0)}{h^2}.$$

a) Probar que si  $f$  tiene derivada segunda continua entonces el límite existe y coincide con  $f''(0)$ . (*Indicación:* Usar L'Hôpital).

b) Probar que si  $f''(0)$  existe, entonces el límite también existe y ambas cantidades coinciden. (*Indicación:* Usar Taylor de grado 2).

c) ¿Cómo hay que cambiar el límite anterior para que coincida con  $f''(a)$  cuando esta derivada segunda exista?

d) Comprobar que para la función dada por  $f(x) = x^3/|x|$  si  $x \neq 0$  y  $f(0) = 0$ , existe el límite pero  $f''(0)$  no existe.

\*8. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

¿Cuál es el polinomio de Taylor de grado  $n$  de  $f(x)$  alrededor de  $a = 0$ ? ¿Qué sentido tiene esto, si el polinomio de Taylor debe aproximar a la función?