1. Demostrar que las series siguientes divergen

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{k+1}{k}\right)^k, \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{k^{k-2}}{3^k}.$$

2. Determinar si las siguientes series convergen o divergen

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{k^3+1}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\arctan k}{1+k^2}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\log k},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2}{k^4-k^3+1}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2+\operatorname{sen} k}{k^2}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2+\cos k}{\sqrt{k+1}}.$$

3. Sea $\sum a_k$ una serie de términos no negativos. Sea $\sum b_k$ una serie de términos positivos y supongamos que $a_k/b_k \to 0$.

a) Demostrar que si $\sum b_k$ converge, entonces $\sum a_k$ converge.

b) Demostrar que si $\sum a_k$ diverge, entonces $\sum b_k$ diverge.

c) Mediante un ejemplo, demostrar que si $\sum a_k$ converge, entonces $\sum b_k$ puede converger o diverger.

d) Demostrar mediante un ejemplo que si si $\sum b_k$ diverge, entonces $\sum a_k$ puede converger o diverger.

4. Determinar si las series siguientes convergen o divergen

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{10^k}{k!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}k\left(\frac{2}{3}\right)^k, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k!)^2}{(2k)!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k!}{k^k},$$

$$1+\frac{1\cdot 2}{1\cdot 3}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}+\cdots$$

5. Comprobar si las siguientes series son a) absolutamente convergentes, b) condicionalmente convergentes.

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}+\cdots+\frac{(-1)^k}{2k}+\cdots$$

$$\frac{1}{2\log 2}-\frac{1}{3\log 3}+\frac{1}{4\log 4}-\frac{1}{5\log 5}+\cdots+(-1)^k\frac{1}{k\log k}+\cdots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{(k!)^2}{(2k)!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}(\pi k/2)}{k\sqrt{k}}.$$