ANÁLISIS MATEMÁTICO I. HOJA 1

1. Indicar en una recta real todos los valores de x que satisfagan la condición dada.

a) $x^2 < 16.$

b) $x^2 \geq 16.$

c) $|x| \leq 0.$

d) $|x-4| \leq 2.$

e) $|x+1| > 3.$

2. Determinar si el conjunto dado está acotado superiormente, acotado inferiormente o acotado. Según sea el caso, dar una cota superior, una cota inferior o las cotas superior e inferior.

a) S es el conjunto de los enteros pares.

b) $S = \{x : \ x^2 > 3\}.$

c) $S = \{\frac{n-1}{n} : \ n = 1, 2, 3, \dots\}.$

d) S es el conjunto de los números racionales menores que $\sqrt{2}$.

3. Resolver las siguientes desigualdades y representar el conjunto de soluciones en la recta real.

a) $x^2 - 1 < 0.$

b) $x^2 + 9x + 20 < 0.$

c) $x^3 - 2x^2 + x \geq 0.$

d) $\dfrac{1}{x} < x.$

e) $x + \dfrac{1}{x} \geq 0.$

f) $\dfrac{1}{3x-5} < 2.$

g) $\dfrac{x^2}{x^2-4} < 0.$

h) $\dfrac{3}{x-2} - \dfrac{5}{x-6} < 0.$

i) $|x - \frac{1}{2}| < 2.$

j) $0 < |x-3| < 8.$

k) $|5x-1| > 9.$

4. Hallar una desigualdad de la forma $|x-c| < \delta$, cuya solución sea el intervalo $(-3, 7)$.

5. Sea a y b dos números no negativos con $a \leq b$. Demostrar que

$$a \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b.$$

6. En los siguientes casos, demostrar que se cumple el enunciado para todo entero positivo n.

a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1+2+3+\cdots+n)^2.$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{1}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}.$

d) $\dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{n}{n+1}.$

7. Hallar una expresión que simplifique el producto

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n}\right)$$