

ANÁLISIS MATEMÁTICO I (PLAN NUEVO)
PRIMER CURSO DE CIENCIAS FÍSICAS
6 de septiembre de 2002

1.- (2'5 puntos) Consideramos la función

$$y = \frac{x}{\log x}.$$

a) Estudiar su dominio de definición, asíntotas, continuidad, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

b) Dibujar su gráfica de modo que las propiedades observadas en el apartado anterior queden claramente reflejadas.

2.- (2 puntos) a) Calcula la primitiva

$$\int \frac{\log x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

b) Estudia la convergencia de la integral impropia

$$\int_0^1 \frac{\log x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

calculando su valor en caso de que converja.

3.- (2 puntos) a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 3 alrededor de 0 de la función $f(x) = x \log(x+1)$.

b) Deducir, sin mucho esfuerzo, el polinomio de Taylor de orden 6 alrededor de 0 de la función $g(x) = x^2 \log(x^2+1)$.

c) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^4(2x)}{x^2 \log(x^2+1)}.$$

4.- (1'5 puntos) Decidir, razonadamente, si cada una de las series

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n+2^n} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n+1}$$

converge o diverge.

5.- (2 puntos) Dada la gráfica de $f'(x)$,

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de F .

b) Determinar los puntos en que F alcanza máximos y mínimos locales.

c) Con los datos anteriores dibujar la gráfica de F

d) Determinar cuántos puntos de inflexión tiene F .