

ANÁLISIS MATEMÁTICO I (PLAN NUEVO)  
PRIMER CURSO DE CIENCIAS FÍSICAS  
7 de febrero de 2003

1.- Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \cos x) \log x, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x).$$

---

2.- a) Probar que existe al menos un número real  $c$  tal que

$$\operatorname{sen} c + e^c - e^{-c} = 0.$$

b) Probar que  $e^x + e^{-x} \geq 2$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

c) Probar que sólo hay un número real que cumpla la igualdad del apartado a).

---

3.- Esbozar la gráfica de

$$f(x) = \sqrt{x} \log x$$

estudiando (al menos) dominio, crecimiento y decrecimiento, y concavidad y convexidad.

---

4.- Sea la función

$$f(x) = 2 \int_x^{2x} \operatorname{sen}(\operatorname{sen} t) dt.$$

Escribir su polinomio de Taylor de grado dos alrededor de  $a = 0$ .

---

5.- Hallar el área de la región comprendida entre las gráficas de  $f(x) = |\operatorname{sen} x|$ ,  $g(x) = x^2 - \pi^2$ ,  $x = -\pi$  y  $x = \pi$ .

---

6.- a) Estudiar la monotonía y la convergencia de la sucesión cuyo término general es

$$a_n = ne^{-n}.$$

b) Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n^4 + 7}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}.$$