ANÁLISIS MATEMÁTICO I (**PLAN NUEVO**)
PRIMER CURSO DE CIENCIAS FÍSICAS
8 de febrero de 2002

1.- (**2'5 puntos**) Consideramos la función

$$y = \frac{x}{1+x^2}.$$

a) Estudiar su dominio de definición, asíntotas, continuidad, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

b) Dibujar su gráfica de modo que las propiedades observadas en el apartado anterior queden claramente reflejadas.

2.- (**2 puntos**) Consideramos las funciones

$$y = \frac{1}{1+x^2}, \quad y = \frac{1}{2}|x|.$$

a) Dibujar sus gráficas.

b) Calcular los puntos de corte.

c) Calcular el área de la figura comprendida entre ellas.

3.- (**2 puntos**) a) Calcula la primitiva

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx.$$

b) Estudia la convergencia de la integral impropia

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx$$

calculando su valor en caso de que converja.

4.- (**2 puntos**) Se define la función

$$F(x) = \int_0^x \left[e^{-t^2} - e^{-1}\right] dt.$$

a) Calcular $F'(x)$.

b) Hallar

$$\lim_{x\to 0} \frac{F(x^2)}{x\sqrt{x}}.$$

c) Calcular el polinomio de Taylor de F de orden 2 alrededor de 0.

5.- (**1'5 puntos**) a) Calcular $\lim_{n\to\infty} \dfrac{2^n}{n+1}$. Decidir (razonadamente) si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{2^n}{n+1}$ converge o diverge.

b) Decidir (razonadamente) si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ converge o diverge.

c) Calcular $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)\cos(n^2+1)}{e^n+n^3+1}$. Decidir (razonadamente) si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(n+3)\cos(n^2+1)}{e^n+n^3+1}$ converge o diverge.