ANÁLISIS MATEMÁTICO (segundo parcial) Septiembre 1995

1. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esta función

A) Es continua en $(0,0)$.

B) No es continua en $(0,0)$ pero existe su límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.

C) No tiene derivadas parciales en $(0,0)$.

D) No tiene límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.

E) No tiene derivadas parciales en algunos puntos distintos de $(0,0)$.

2. Calcular el trabajo realizado por el campo vectorial $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $\vec{F}(x,y) = \left(ye^{xy} + \cos y^2, xe^{xy} - 2xy\operatorname{sen} y^2\right)$, a lo largo de la semicircunferencia $x^2+y^2=1$ $y \geq 0$ recorrida en el sentido de las agujas del reloj.

A) 4 **B)** 1 **C)** 0 **D)** 2 **E)** 3

3. Calcular el área encerrada por la curva que describe la trayectoria $\sigma(t) = (1 + 2\cos t, 2 + \operatorname{sen} t)$ $t \in [0, 2\pi]$.

A) π **B)** 2 **C)** 2π **D)** 5π **E)** $\sqrt{2}$

4. Si a_n, b_n son sucesiones arbitrarias, señalar cuál de las siguientes implicaciones es verdadera:

A) Si a_n converge y b_n diverge, entonces $a_n b_n$ diverge.

B) Si a_n y b_n convergen entonces $a_n b_n$ converge.

C) Si a_n es monótona entonces converge.

D) Si a_n está acotada entonces converge.

E) Si a_n es acotada superiormente y monótona entonces converge.

5. Sea D la región limitada por $x=1$, $y=1$ y la circunferencia $x^2+y^2=4$ en el primer cuadrante. Calcular

$$\iint_D xy\,dxdy.$$

A) $\pi/5$ **B)** 1 **C)** $1/3$ **D)** $\pi/7$ **E)** $1/2$

ANÁLISIS MATEMÁTICO (segundo parcial) Septiembre 1995

---

1. Calcular el área encerrada por la curva que describe la trayectoria $\sigma(t) = (1 + 2\cos t, 2 + \operatorname{sen} t)$ $t \in [0, 2\pi]$.

A) 5π **B)** $\sqrt{2}$ **C)** 2 **D)** π **E)** 2π

2. Si a_n, b_n son sucesiones arbitrarias, señalar cuál de las siguientes implicaciones es verdadera:

A) Si a_n es acotada superiormente y monótona entonces converge.
B) Si a_n es monótona entonces converge.
C) Si a_n y b_n convergen entonces $a_n b_n$ converge.
D) Si a_n converge y b_n diverge, entonces $a_n b_n$ diverge.
E) Si a_n está acotada entonces converge.

3. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esta función

A) No tiene límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.
B) No tiene derivadas parciales en algunos puntos distintos de $(0,0)$.
C) No tiene derivadas parciales en $(0,0)$.
D) No es continua en $(0,0)$ pero existe su límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.
E) Es continua en $(0,0)$.

4. Sea D la región limitada por $x = 1$, $y = 1$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ en el primer cuadrante. Calcular

$$\iint_D xy \, dx dy.$$

A) $\pi/7$ **B)** $1/3$ **C)** $1/2$ **D)** $\pi/5$ **E)** 1

5. Calcular el trabajo realizado por el campo vectorial $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $\vec{F}(x,y) = \left(ye^{xy} + \cos y^2, xe^{xy} - 2xy \operatorname{sen} y^2\right)$, a lo largo de la semicircunferencia $x^2 + y^2 = 1$ $y \geq 0$ recorrida en el sentido de las agujas del reloj.

A) 3 **B)** 0 **C)** 4 **D)** 2 **E)** 1

ANÁLISIS MATEMÁTICO (segundo parcial) Septiembre 1995

1. Calcular el trabajo realizado por el campo vectorial $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $\vec{F}(x,y) = \left(ye^{xy} + \cos y^2, xe^{xy} - 2xy\operatorname{sen} y^2\right)$, a lo largo de la semicircunferencia $x^2 + y^2 = 1$ $y \geq 0$ recorrida en el sentido de las agujas del reloj.

A) 0 **B)** 1 **C)** 4 **D)** 2 **E)** 3

2. Sea D la región limitada por $x = 1$, $y = 1$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ en el primer cuadrante. Calcular

$$\iint_D xy\, dxdy.$$

A) $\pi/7$ **B)** $1/2$ **C)** $1/3$ **D)** 1 **E)** $\pi/5$

3. Calcular el área encerrada por la curva que describe la trayectoria $\sigma(t) = (1 + 2\cos t, 2 + \operatorname{sen} t)$ $t \in [0, 2\pi]$.

A) π **B)** 5π **C)** $\sqrt{2}$ **D)** 2π **E)** 2

4. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esta función

A) Es continua en $(0,0)$.

B) No tiene derivadas parciales en $(0,0)$.

C) No tiene derivadas parciales en algunos puntos distintos de $(0,0)$.

D) No tiene límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.

E) No es continua en $(0,0)$ pero existe su límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.

5. Si a_n, b_n son sucesiones arbitrarias, señalar cuál de las siguientes implicaciones es verdadera:

A) Si a_n está acotada entonces converge.

B) Si a_n converge y b_n diverge, entonces a_nb_n diverge.

C) Si a_n es acotada superiormente y monótona entonces converge.

D) Si a_n es monótona entonces converge.

E) Si a_n y b_n convergen entonces a_nb_n converge.

ANÁLISIS MATEMÁTICO (segundo parcial) Septiembre 1995

---

1. Sea D la región limitada por $x = 1$, $y = 1$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ en el primer cuadrante. Calcular

$$\iint_D xy\, dxdy.$$

A) 1 **B)** $\pi/5$ **C)** $1/2$ **D)** $\pi/7$ **E)** $1/3$

2. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esta función

A) Es continua en $(0,0)$.
B) No es continua en $(0,0)$ pero existe su límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.
C) No tiene límite cuando $(x,y) \to (0,0)$.
D) No tiene derivadas parciales en algunos puntos distintos de $(0,0)$.
E) No tiene derivadas parciales en $(0,0)$.

3. Calcular el trabajo realizado por el campo vectorial $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $\vec{F}(x,y) = \left(ye^{xy} + \cos y^2, xe^{xy} - 2xy \operatorname{sen} y^2\right)$, a lo largo de la semicircunferencia $x^2 + y^2 = 1$ $y \geq 0$ recorrida en el sentido de las agujas del reloj.

A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 0 **E)** 2

4. Si a_n, b_n son sucesiones arbitrarias, señalar cuál de las siguientes implicaciones es verdadera:

A) Si a_n es acotada superiormente y monótona entonces converge.
B) Si a_n converge y b_n diverge, entonces $a_n b_n$ diverge.
C) Si a_n y b_n convergen entonces $a_n b_n$ converge.
D) Si a_n está acotada entonces converge.
E) Si a_n es monótona entonces converge.

5. Calcular el área encerrada por la curva que describe la trayectoria $\sigma(t) = (1 + 2\cos t, 2 + \operatorname{sen} t)$ $t \in [0, 2\pi]$.

A) π **B)** 2 **C)** $\sqrt{2}$ **D)** 2π **E)** 5π