

1. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^2}{x^2 y} & \text{si } y \neq 0 \text{ y } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \text{ ó } x = 0 \end{cases}$$

Esta función

A) Es diferenciable en $(0, 0)$. **B)** No es continua en $(0, 0)$ pero tiene derivadas parciales en $(0, 0)$. **C)** Es continua en $(0, 0)$ pero no es diferenciable en $(0, 0)$. **D)** No es continua en $(0, 0)$ y no tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.

2. El plano tangente a la superficie $y^3 + 4z \operatorname{sen} x - z^2 + 1 = 0$ en el punto $(0, 0, 1)$ es

A) $2x - z + 1 = 0$ **B)** $2x - z - 1 = 0$ **C)** $2x + z + 1 = 0$ **D)** $2x + z - 1 = 0$

3. El área de la porción de superficie de $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ comprendida entre $z = 1/\sqrt{2}$ y $z = 1$ vale

A) $\pi(\sqrt{2}-1)$ **B)** $\pi(2-\sqrt{2})$ **C)** $\pi(2\sqrt{2}-1)$ **D)** $2\pi(\sqrt{2}-1)$

4. Hallar el volumen comprendido entre los paraboloides $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - x^2 - y^2$.

A) π **B)** 2π **C)** $3\pi/2$ **D)** $\pi\sqrt{2}/2$

5. Calcular la integral del campo $\vec{F} = (2y, -2x, z)$ sobre la semisuperficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ con la orientación de la normal exterior.

A) 2π **B)** $2\pi/5$ **C)** $2\pi/3$ **D)** $3\pi/2$

6. Sea f una función continua. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta:

A)
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy$$

B)
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_2^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy$$

C)
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^{\sqrt{2}} \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_{\sqrt{2}}^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy$$

(continúa en la otra cara)

$$\text{D)} \quad \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_1^2 f(x, y) dx \right) dy$$

7. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta, siendo \vec{F} y \vec{G} campos vectoriales regulares en \mathbb{R}^3

$$\text{A)} \quad \text{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \text{rot}\vec{F} + \vec{F} \cdot \text{rot}\vec{G} \qquad \text{B)} \quad \text{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \text{rot}\vec{F} - \vec{F} \cdot \text{rot}\vec{G}$$

$$\text{C)} \quad \text{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \text{rot}\vec{G} - \vec{G} \cdot \text{rot}\vec{F} \qquad \text{D)} \quad \text{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \text{rot}\vec{F} + \vec{G} \cdot \text{rot}\vec{G}$$

8. Dadas las series

$$1) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{\log n}} \qquad 2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^n}$$

dígase cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

A) Las dos son convergentes. **B)** Las dos son divergentes. **C)** La primera es convergente y la segunda divergente. **D)** La segunda es convergente y la primera divergente.

9. Dados los campos vectoriales $\vec{F} = (e^x + xe^x + ye^z, 2yz + xe^z, y^2 + xye^z)$ y $\vec{G} = (y^2 - xz, yz, x^2 + y^2)$, se pide decir cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

A) Ninguno de los dos es un rotacional. **B)** El primero es conservativo y el segundo no es un rotacional. **C)** El segundo es un rotacional y el primero no es conservativo. **D)** El primero es conservativo y el segundo es un rotacional.

(Se recuerda que se dice que un campo \vec{A} es un rotacional si existe un campo \vec{B} tal que $\vec{A} = \text{rot}\vec{B}$).

10. Calcular la integral curvilínea

$$\int_C x^3 dx + (zx + y^2) dy + (z^4 + z^2) dz$$

a lo largo de la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con $z = 1$ recorrida en el sentido inducido por el sentido positivo en el plano XY.

A) 2π **B)** $\pi - 1$ **C)** π **D)** $\pi + 1$

1. Dadas las series

$$1) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{\log n}} \qquad 2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^n}$$

dígase cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

A) La primera es convergente y la segunda divergente. **B)** Las dos son convergentes.
C) La segunda es convergente y la primera divergente. **D)** Las dos son divergentes.

2. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta, siendo \vec{F} y \vec{G} campos vectoriales regulares en \mathbb{R}^3

$$\begin{array}{ll} \text{A)} \quad \operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot} \vec{G} - \vec{G} \cdot \operatorname{rot} \vec{F} & \text{B)} \quad \operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot} \vec{F} + \vec{G} \cdot \operatorname{rot} \vec{G} \\ \text{C)} \quad \operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot} \vec{F} + \vec{F} \cdot \operatorname{rot} \vec{G} & \text{D)} \quad \operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot} \vec{F} - \vec{F} \cdot \operatorname{rot} \vec{G} \end{array}$$

3. El área de la porción de superficie de $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ comprendida entre $z = 1/\sqrt{2}$ y $z = 1$ vale

$$\text{A)} \quad 2\pi(\sqrt{2}-1) \qquad \text{B)} \quad \pi(\sqrt{2}-1) \qquad \text{C)} \quad \pi(2\sqrt{2}-1) \qquad \text{D)} \quad \pi(2-\sqrt{2})$$

4. Sea f una función continua. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta:

$$\begin{array}{l} \text{A)} \quad \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_2^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right) dy \\ \text{B)} \quad \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^{\sqrt{2}} \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_{\sqrt{2}}^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right) dy \\ \text{C)} \quad \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy \\ \text{D)} \quad \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_1^2 f(x, y) dx \right) dy \end{array}$$

(continúa en la otra cara)

5. Hallar el volumen comprendido entre los paraboloides $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - x^2 - y^2$.

- A) $\pi\sqrt{2}/2$ B) π C) 2π D) $3\pi/2$

6. Calcular la integral curvilínea

$$\int_C x^3 dx + (zx + y^2) dy + (z^4 + z^2) dz$$

a lo largo de la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con $z = 1$ recorrida en el sentido inducido por el sentido positivo en el plano XY.

- A) $\pi - 1$ B) 2π C) $\pi + 1$ D) π

7. El plano tangente a la superficie $y^3 + 4z \operatorname{sen} x - z^2 + 1 = 0$ en el punto $(0, 0, 1)$ es

- A) $2x - z - 1 = 0$ B) $2x - z + 1 = 0$ C) $2x + z - 1 = 0$ D) $2x + z + 1 = 0$

8. Dados los campos vectoriales $\vec{F} = (e^x + xe^x + ye^z, 2yz + xe^z, y^2 + xye^z)$ y $\vec{G} = (y^2 - xz, yz, x^2 + y^2)$, se pide decir cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

- A) Ninguno de los dos es un rotacional. B) El primero es conservativo y el segundo es un rotacional.
 C) El segundo es un rotacional y el primero no es conservativo.
 D) El primero es conservativo y el segundo no es un rotacional.
 (Se recuerda que se dice que un campo \vec{A} es un rotacional si existe un campo \vec{B} tal que $\vec{A} = \operatorname{rot} \vec{B}$).

9. Calcular la integral del campo $\vec{F} = (2y, -2x, z)$ sobre la semisuperficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ con la orientación de la normal exterior.

- A) $3\pi/2$ B) $2\pi/5$ C) 2π D) $2\pi/3$

10. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^2}{x^2 y} & \text{si } y \neq 0 \text{ y } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \text{ ó } x = 0 \end{cases}$$

Esta función

- A) No es continua en $(0, 0)$ y no tiene derivadas parciales en $(0, 0)$. B) Es diferenciable en $(0, 0)$.
 C) Es continua en $(0, 0)$ pero no es diferenciable en $(0, 0)$.
 D) No es continua en $(0, 0)$ pero tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.

1. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta, siendo \vec{F} y \vec{G} campos vectoriales regulares en \mathbb{R}^3

A) $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G} - \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F}$ B) $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} + \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$

C) $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} + \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$ D) $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} - \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$

2. El área de la porción de superficie de $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ comprendida entre $z = 1/\sqrt{2}$ y $z = 1$ vale

A) $\pi(\sqrt{2}-1)$ B) $\pi(2\sqrt{2}-1)$ C) $2\pi(\sqrt{2}-1)$ D) $\pi(2-\sqrt{2})$

3. Calcular la integral curvilínea

$$\int_C x^3 dx + (zx + y^2) dy + (z^4 + z^2) dz$$

a lo largo de la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con $z = 1$ recorrida en el sentido inducido por el sentido positivo en el plano XY.

A) π B) $\pi + 1$ C) $\pi - 1$ D) 2π

4. Calcular la integral del campo $\vec{F} = (2y, -2x, z)$ sobre la semisuperficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ con la orientación de la normal exterior.

A) $2\pi/3$ B) $3\pi/2$ C) $2\pi/5$ D) 2π

5. El plano tangente a la superficie $y^3 + 4z \operatorname{sen} x - z^2 + 1 = 0$ en el punto $(0, 0, 1)$ es

A) $2x - z + 1 = 0$ B) $2x - z - 1 = 0$ C) $2x + z + 1 = 0$ D) $2x + z - 1 = 0$

6. Sea f una función continua. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta:

A)
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_1^2 f(x, y) dx \right) dy$$

B)
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy$$

(continúa en la otra cara)

$$\text{C) } \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^{\sqrt{2}} \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_{\sqrt{2}}^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right) dy$$

$$\text{D) } \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_2^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right) dy$$

7. Dados los campos vectoriales $\vec{F} = (e^x + xe^x + ye^z, 2yz + xe^z, y^2 + xye^z)$ y $\vec{G} = (y^2 - xz, yz, x^2 + y^2)$, se pide decir cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

A) El primero es conservativo y el segundo es un rotacional. **B)** Ninguno de los dos es un rotacional. **C)** El primero es conservativo y el segundo no es un rotacional. **D)** El segundo es un rotacional y el primero no es conservativo. (Se recuerda que se dice que un campo \vec{A} es un rotacional si existe un campo \vec{B} tal que $\vec{A} = \text{rot}\vec{B}$).

8. Hallar el volumen comprendido entre los paraboloides $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - x^2 - y^2$.

A) 2π **B)** π **C)** $3\pi/2$ **D)** $\pi\sqrt{2}/2$

9. Dadas las series

$$1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{\log n}} \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^n}$$

dígase cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

A) Las dos son divergentes. **B)** La segunda es convergente y la primera divergente. **C)** Las dos son convergentes. **D)** La primera es convergente y la segunda divergente.

10. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^2}{x^2 y} & \text{si } y \neq 0 \text{ y } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \text{ ó } x = 0 \end{cases}$$

Esta función

A) No es continua en $(0, 0)$ pero tiene derivadas parciales en $(0, 0)$. **B)** No es continua en $(0, 0)$ y no tiene derivadas parciales en $(0, 0)$. **C)** Es diferenciable en $(0, 0)$. **D)** Es continua en $(0, 0)$ pero no es diferenciable en $(0, 0)$.

1. Dadas las series

$$1) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{\log n}} \qquad 2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^n}$$

dígase cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

- A)** La primera es convergente y la segunda divergente. **B)** Las dos son convergentes.
C) Las dos son divergentes. **D)** La segunda es convergente y la primera divergente.

2 Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta, siendo \vec{F} y \vec{G} campos vectoriales regulares en \mathbb{R}^3

- A)** $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} + \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$ **B)** $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} - \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$
C) $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{G} - \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{F}$ **D)** $\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \cdot \operatorname{rot}\vec{F} + \vec{G} \cdot \operatorname{rot}\vec{G}$

3. Calcular la integral del campo $\vec{F} = (2y, -2x, z)$ sobre la semisuperficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ con la orientación de la normal exterior.

- A)** $3\pi/2$ **B)** $2\pi/3$ **C)** 2π **D)** $2\pi/5$

4. Sea f una función continua. Indíquese cuál de las siguientes igualdades es cierta:

- A)**
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy$$
- B)**
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^{\sqrt{2}} \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_{\sqrt{2}}^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^{2} f(x, y) dx \right) dy$$
- C)**
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^4 \left(\int_1^2 f(x, y) dx \right) dy$$
- D)**
$$\int_1^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right) dx = \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx \right) dy + \int_2^4 \left(\int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right) dy$$

(continúa en la otra cara)

5. El área de la porción de superficie de $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ comprendida entre $z = 1/\sqrt{2}$ y $z = 1$ vale

- A) $\pi(2 - \sqrt{2})$ B) $\pi(\sqrt{2} - 1)$ C) $2\pi(\sqrt{2} - 1)$ D) $\pi(2\sqrt{2} - 1)$

6. El plano tangente a la superficie $y^3 + 4z\text{sen } x - z^2 + 1 = 0$ en el punto $(0, 0, 1)$ es

- A) $2x + z - 1 = 0$ B) $2x - z - 1 = 0$ C) $2x + z + 1 = 0$ D) $2x - z + 1 = 0$

7. Dados los campos vectoriales $\vec{F} = (e^x + xe^x + ye^z, 2yz + xe^z, y^2 + xye^z)$ y $\vec{G} = (y^2 - xz, yz, x^2 + y^2)$, se pide decir cuál de las siguientes afirmaciones es cierta

- A) El primero es conservativo y el segundo no es un rotacional. B) El primero es conservativo y el segundo es un rotacional. C) Ninguno de los dos es un rotacional. D) El segundo es un rotacional y el primero no es conservativo.
(Se recuerda que se dice que un campo \vec{A} es un rotacional si existe un campo \vec{B} tal que $\vec{A} = \text{rot}\vec{B}$).

8. Se da la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^2}{x^2 y} & \text{si } y \neq 0 \text{ y } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } y = 0 \text{ ó } x = 0 \end{cases}$$

Esta función

- A) Es continua en $(0, 0)$ pero no es diferenciable en $(0, 0)$. B) No es continua en $(0, 0)$ y no tiene derivadas parciales en $(0, 0)$. C) Es diferenciable en $(0, 0)$. D) No es continua en $(0, 0)$ pero tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.

9. Hallar el volumen comprendido entre los paraboloides $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - x^2 - y^2$.

- A) 2π B) π C) $\pi\sqrt{2}/2$ D) $3\pi/2$

10. Calcular la integral curvilínea

$$\int_C x^3 dx + (zx + y^2) dy + (z^4 + z^2) dz$$

a lo largo de la curva intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con $z = 1$ recorrida en el sentido inducido por el sentido positivo en el plano XY.

- A) 2π B) π C) $\pi - 1$ D) $\pi + 1$