EXAMEN FINAL DE ANALISIS II MODELO 4

Ingeniería Informática. UAM 21 de Junio del 2007.

INSTRUCCIONES: Elija la respuesta correcta de entre las cinco opciones posibles (A), (B), (C), (D), (E). Sólo UNA de las cinco respuestas es correcta. Cada respuesta correcta sumará 1, 25 puntos. Cada pregunta no contestada o con varias respuestas sumará 0 puntos. Cada respuesta incorrecta restará 0, 25 puntos.

---

1. La derivada direccional de la función $f(x,y,z) = x\cos(y^2+z^2)$ en la dirección del vector $\vec{v} = \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{j}$ en el punto $(1, 0, \sqrt{\pi})$ es

(A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; (C) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$; (D) 0; (E) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

---

2. La integral $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt[3]{y}}^1 \sqrt{1+x^4}dx\right) dy$ vale

(A) $\frac{8}{3}(\sqrt{3}-1)$; (B) $\frac{8}{3}(2\sqrt{2}-1)$; (C) $\frac{8}{3}(2\sqrt{2}+1)$; (D) $\frac{4}{3}(2\sqrt{2}-1)$; (E) $\frac{1}{6}(2\sqrt{2}-1)$.

Sugerencia: Cambie el orden de integración.

---

3. El área de la porción de superficie de ecuaciones $x = u\cos v, y = u \operatorname{sen} v, z = u^2$ con $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 2\pi$ vale

(A) $\frac{\pi}{6}\sqrt{5}$; (B) $\frac{\pi}{8}(\sqrt{5}-1)$; (C) $\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; (D) $\frac{\pi}{6}(4\sqrt{5}-1)$; (E) $\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}+1)$.

---

4. La integral curvilínea

$$\int_\sigma y^2z^3\,dx + (2xyz^3+z^2)\,dy + (3xy^2z^2+2yz+1)\,dz$$

donde $\sigma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ es la curva $\sigma(t) = \left(\frac{t}{1+t^2}, \frac{-t}{1+t^2}, \frac{t}{1+t^6}\right)$ vale

(A) $\frac{38}{64}$; (B) $\frac{25}{64}$; (C) $\frac{25}{32}$; (D) $\frac{39}{64}$; (E) $\frac{35}{64}$.

---

5. Si D es la región de $\mathbb{R}^3$ dada por $D = \{\, (x,y,z) \,:\, x^2+y^2+z^2 \leq 1,\ x^2+y^2 \leq z^2,\ z \geq 0 \,\}$, entonces la integral $\iiint_D z\ dx\,dy\,dz$ vale:

(A) $\frac{\pi}{16}$; (B) $\frac{\pi^2}{16}$; (C) $\frac{\pi}{8}$; (D) $\frac{\pi}{4}$; (E) $\frac{\pi}{6}$.

(continúa en la otra cara)

6. De todas las elipses $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ con $a, b > 0$ que pasan por el punto $(1, 4)$, la que tiene área máxima $S = \pi ab$ corresponde a:

(A) $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{28}$; (B) $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{32}$; C $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{32}$;

(D) $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{34}$; (E) $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{28}$.

---

7. Dadas las funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definidas como $f(x, y) = (x^3+y^2, x \sin y)$ y $g(u, v) = (v, u + v, u^2)$, se tiene entonces que $D(g \circ f)(1, \pi)$ es:

(A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{2} & \pi - 2 \\ 6(1+\pi) & 4\pi + 4\pi^3 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 2\pi & 3 + 2\pi & 3(1+\pi^2) \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; (C) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2\pi - 1 \\ 6(1+\pi^2) & 4\pi(1+\pi^2) \end{pmatrix}$;

(D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6\pi & 2\pi + \pi^2 \\ 3(2+\pi) & -2(2+\pi^2) \end{pmatrix}$; (E) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2\pi \\ 6\pi^2 + 6 & 4\pi \end{pmatrix}$.

---

8. Diga cuál de las siguientes afirmaciones es cierta de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ donde

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(A) Es diferenciable en $(0, 0)$.

(B) No es continua en $(0, 0)$ pero tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.

(C) Es continua en $(0, 0)$ pero no es diferenciable en $(0, 0)$.

(D) Es continua en $(0, 0)$ pero no tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.

(E) No es continua en $(0, 0)$ ni tiene derivadas parciales en $(0, 0)$.