Álgebra II. 02-VI-08

	+		+		+		=	

Apellidos y nombre:

DNI:

---

1. Decidir <u>razonadamente</u> si las siguientes afirmaciones tienen validez general para $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$.

(a) La matriz ABB^tA^t es simétrica.

(b) Si A y B son ortogonales, AB también lo es.

(c) Si A y B son simétricas, AB también lo es.

(d) Si $|A| \neq 0$ entonces $\mathrm{rg}(AB) = \mathrm{rg}(B)$.

2. Se considera la aplicación lineal T en $\mathbb{R}^3$ definida como

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (m-2)x_1 + 2x_2 - x_3 \\ 2x_1 + mx_2 + 2x_3 \\ 2mx_1 + 2(m+1)x_2 + (m+1)x_3 \end{pmatrix}.$$

Estudiar en función de los valores de m las dimensiones del núcleo y la imagen de T.

3. Sea $f : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}_2[x]$, donde $\mathbb{R}_2[x]$ es el espacio vectorial formado por los polinomios de grado menor o igual que dos, definida mediante

$$f(P) = 3P - x^2P' + \big(x^3 - \frac{x}{2}\big)P''$$

donde P' y P'' indican las derivadas de P.

(a) Hallar la matriz de f en la base $\{1, x, x^2\}$.

(b) Hallar una base $B = \{P_1, P_2, P_3\}$ de polinomios de $\mathbb{R}_2[x]$ formada por autovectores.

4. Dada la forma bilineal sobre $\mathbb{R}^3$

$$\phi(\vec{x}, \vec{y}) = (x_1\ x_2\ x_3)\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 12 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

(a) Demostrar que ϕ es un producto escalar sobre $\mathbb{R}^3$.

(b) Para el producto escalar dado por ϕ, obtener una base del subespacio ortogonal al plano $W = \{x_1 - x_3 = 0\}$.

(c) Obtener la proyección ortogonal, respecto al producto escalar dado por ϕ, del vector $\vec{v} = (-9, 10, 9)$ sobre el plano W.