Álgebra II   **1-Abril-09**

Apellidos y nombre:

DNI: Grupo:

1) Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}_2[x]$ definida por $f(P) = P + (1-2x)P' + 2x^2P''$ donde $\mathbb{R}_2[x]$ es el espacio vectorial formado por los polinomios de grado menor o igual que dos y P' y P'' indican la primera y la segunda derivadas.

a) Hallar la matriz de f en la base canónica $\{1, x, x^2\}$.

b) Comprobar que f es inyectiva y sobreyectiva.

c) Si f^{-1} es la aplicación inversa, hallar $f^{-1}(x^2)$.

2) Sean V y W los subespacios de $\mathbb{R}^3$ que tienen como bases $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ y $\{\vec{u}_3, \vec{u}_4\}$, respectivamente, donde

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{u}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Hallar una base de $V \cap W$.

b) Estudiar si $V + W = \mathbb{R}^3$.

3) Hallar bases del núcleo y la imagen de la aplicación lineal $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ cuya matriz (en la base canónica) es

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \\ 9 & 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}.$$