Álgebra II. 08-IV-08

$\square + \square + \square = \square$

Nombre y apellidos:

DNI:

Ejercicio 1.

(a) (1.5 ptos.) Sea V un espacio vectorial y $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ un sistema de generadores de V. Decidir justificadamente si $\{\vec{u}_1 - \vec{u}_2 + \vec{u}_3,\ \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3,\ \vec{u}_2 - \vec{u}_3\}$ es también un sistema de generadores de V.

(b) (1.5 ptos.) Calcular el determinante de la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} a & -a & b & -b \\ -a & b & -b & a \\ b & -b & a & -a \\ -b & a & -a & b \end{pmatrix}$$

(c) (1 pto.) Sea $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ una base del espacio vectorial V. Discutir razonadamente si puede existir una aplicación lineal e inyectiva $f : V \to V$ tal que $f(\vec{e}_1) + f(\vec{e}_2) + f(\vec{e}_3) = \vec{0}$.

Ejercicio 2. (3 ptos.)

(a) Demostrar que $B = \{1, x+1, (x+1)^2\}$ es una base del espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales.

(b) Hallar las coordenadas en la base B anterior del polinomio $p(x) = 7 + 4x + x^2$.

Ejercicio 3. (3 ptos.)

Sean V y W espacios vectoriales con bases $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4\}$ y $\{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3, \vec{w}_4\}$, respectivamente. Sea $f : V \to W$ la aplicación lineal con matriz respecto de las bases anteriores

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Describir los subespacios núcleo e imagen de f. Dar sendas bases de dichos subespacios y sus dimensiones.