1. Introducción

La irreducibilidad del polinomio ciclotómico $x^{p-1} + x^{p-2} + \cdots + x + 1$ con p primo, se suele probar actualmente de manera elemental efectuando una traslación $x \mapsto x + 1$ para después aplicar el criterio de Eisenstein. Este truco, aunque simple, es en realidad bastante ingenioso. Gauss en sus *Disquistiones Arithmeticae* utilizó en su lugar otros argumentos menos sencillos pero todavía elementales. Lo más interesante es que están relacionados con la Teoría de Galois.

2. Enunciados

1) Lee el texto correspondiente a los artículos 339, 340 y 341 (sólo el caso I) de las *Disquistiones Arithmeticae*, disponible en Moodle bajo el nombre TC2, y escribe una versión resumida de la demostración con notación propia (moderna) y dando explicaciones de los puntos que te parezcan oscuros. En especial, explica con cuidado (4).

2) [opcional] Gauss utiliza en cierto punto que $(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \ldots (x - \alpha_n) \in \mathbb{Q}[x]$ implica $(x - \alpha_1^k)(x - \alpha_2^k) \ldots (x - \alpha_n^k) \in \mathbb{Q}[x]$ para $k \in \mathbb{Z}^+$. Éste es el enunciado del artículo 338, del que no da una prueba detallada porque esto ya era conocido en su tiempo. Intenta probar con técnicas elementales (sin usar teoría de Galois) el caso $n = 2$ con k general y el caso $n = 3$ con $k = 2$.

3. Evaluación

La máxima calificación por esta tarea es un 7 sin el problema opcional y hasta un 8.5 con él.