Matemáticas. Grado en Química
Ejercicios - Curso 2013-14 Hoja 3.3

Espacios euclídeos

1. Halla dos vectores linealmente independientes de $\mathbb{R}^4$ que sean ortogonales simultáneamente a $\vec{u} = (1, 2, 1, 1)$ y a $\vec{v} = (3, 7, 1, 2)$. Encuentra uno (no nulo) que lo sea además a $\vec{w} = (0, 2, -3, 1)$.

2. Calcula la proyección ortogonal del vector $(3, -2, 7, 2)$ sobre el subespacio de $\mathbb{R}^4$ generado por $(-1, 1, 1, 1)$ y $(1, 0, 1, 0)$.

3. Halla una base ortonormal del subespacio de $\mathbb{R}^3$ determinado por $x + y + z = 0$ y calcula la proyección ortogonal del vector $(7, 1, -2)$ sobre él.

4. Encuentra una base ortonormal en la que diagonalicen las siguientes matrices simétricas:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} -7 & 24 \\ 24 & 7 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Halla una base ortogonal para el subespacio de $\mathbb{R}^4$ generado por

$$\vec{u} = (1, 1, 1, -1), \qquad \vec{v} = (4, 1, -1, -4), \qquad \text{y} \qquad \vec{w} = (5, -4, 2, -5).$$

6. Estudia si las siguiente matrices son ortogonales:

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & -8 & -4 \\ -8 & 1 & -4 \\ -4 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$