1) Con el teorema central del límite (y una tabla), aproxima la probabilidad de que al tirar una moneda un millón de veces, la diferencia entre el número de caras y de cruces sea mayor que mil.

2) Intentar añadir explicaciones a la siguiente "demostración" física de que la distancia al centro cuando se lanzan dardos a una diana es una distribución normal: Si $f(x,y)$ es la función de densidad, la simetría del problema sugiere $f(x,y) = g(x^2+y^2)$ y $f(x,y) = f(x)f(y)$. Entonces $\log g$ es una función lineal y se deduce $f(x,y) = \alpha e^{\beta(x^2+y^2)}$ para ciertas constantes.

3) El número total de partículas se conserva a lo largo del tiempo en el modelo discretizado de movimiento aleatorio de partículas. Traduce esto en alguna ley de conservación para la ecuación del calor en $\mathbb{R}$ (con f de decaimiento rápido) y demuéstrala.

4) Supongamos que paseamos por $\mathbb{Z}^2$ partiendo del origen y avanzando de uno en uno en una dirección N, S, E, O, elegida al azar. Demuestra que el número de retornos al origen en a lo más $2M$ pasos es en media $\sum_{n=1}^{M} 4^{-2n} \sum_{k+l=n} (2n)!/(k!)^2(l!)^2$. Comprueba que esta serie diverge cuando $M \to \infty$, expresando la suma interior como $4^{n-1}\pi^{-2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y)^{2n}\, dxdy$.

5) Si la matriz P de probabilidades de transición de una cadena de Markov es simétrica y con elementos positivos, explica por qué P^n tiende a una matriz con todos sus elementos iguales.

6) En una cadena de Markov hay tres estados y se sabe $p_{11} = 3p_{13} = 1/2$, $p_{21} = 3/4$ y $p_{22} = p_{31} = p_{33} = 0$. Hallar el resto de las probabilidades de transición, justificar que hay una distribución límite y hallarla.

7) Tenemos cuatro páginas web A, B, C y D. Cada una de ellas tiene dos enlaces: A y B enlazan ambas a C y a D, C enlaza a B y a D, y D enlaza a A y a B. Razona cómo habría que ordenar la importancia de las páginas. Navegando al azar desde A, hallar el número medio de *clicks* para la primera vuelta a A.

8) En una urna hay dos bolas blancas y otras dos negras. Escogemos dos al azar y las pasamos a otra urna. En cada instante se escoge al azar una bola de cada urna y se intercambian. Considerando los estados dados por el número de bolas negras en la primera urna, escribir la matriz de probabilidades de transición y hallar la distribución límite, probando que existe.

9) Supongamos que variamos el esquema del ejercicio anterior considerando las 4 bolas negras y numeradas. En cada paso elegimos un número al azar y cambiamos de urna la bola correspondiente (sin reemplazarla). Halla la distribución de equilibrio.

10) Consideremos la cadena de Markov infinita con estados en $\mathbb{Z}$, consistente en que en $\mathbb{Z}^+$ damos un paso a la derecha con probabilidad 0.4 y a la izquierda con probabilidad 0.6, mientras que en $\mathbb{Z}^-$ estas probabilidades están intercambiadas. Además desde el 0 se alcanzan el 1 y el -1 con probabilidad $1/2$. Halla la distribución de equilibrio.