

1) Determina el dígito que falta, indicado con un cuadrado negro, en los siguientes DNI: 1200■002Q, 111■8889G y 0■022014G.

2) Estudia si el ejercicio anterior tiene siempre solución es decir, si cualquier número con un dígito ilegible y una letra corresponden a algún DNI válido.

3) Halla el orden de 10 en \mathbb{Z}_{23}^* (también denotado con $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_{23})$, los elementos con inverso multiplicativo en \mathbb{Z}_{23}). Estudia si un error que venga de intercambiar dos dígitos distintos cualesquiera en un número de DNI es detectado por la letra.

4) Halla el dígito de control del ISBN 0-201-42301.

5) Haz un programa en tu lenguaje de programación favorito que sea capaz de recuperar un ISBN10 con un dígito ilegible.

6) Escribe dos códigos cuenta cliente que difieran sólo en los dos últimos dígitos y sean válidos.

7) La cuenta de cierta institución benéfica es 0182 1932 ■2 0000■32075. Halla los dos dígitos que faltan.

8) ¿Existen códigos EAN13 teóricamente válidos con todos sus dígitos iguales?

9) ¿Cuántos elementos tiene un espacio vectorial de dimensión n sobre \mathbb{Z}_2 (como los considerados en muchas aplicaciones de códigos)?

10) ¿Por qué es conveniente pedir que la aplicación lineal f empleada para comprobar un código sea sobreyectiva?

11) Se envían instrucciones a un vehículo de exploración marciana como una lista de direcciones cada una en el conjunto $\mathcal{D} = \{\text{Norte, Sur, Este, Oeste}\}$. Diseña un método para representar cada una de ellas con una palabra de 5bits de forma que los errores de un bit en una palabra se corrijan automáticamente.

12) Comprueba que $f : \mathbb{Z}_2^5 \rightarrow \mathbb{Z}_2^4$ definida por

$$f(\vec{x}) = H\vec{x} \quad \text{con} \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

da lugar a un código que permite corregir dos errores. Halla $\text{Ker}(f)$ para averiguar las palabras de este código. ¿Por qué esto es sencillo?