10) Demuestra que $r = (\cos\theta + \operatorname{sen}\theta)^{-1}$ con $\theta = \arctan\frac{t}{\sqrt{2}-t}$ define una geodésica en $\mathbb{R}^2$ con la métrica en polares $dr^2 + r^2 d\theta^2$. Indicación: No es necesario siquiera escribir la ecuación de las geodésicas, la métrica es una bien conocida de $\mathbb{R}^2$.

Solución: Se tiene $r\cos\theta + r\operatorname{sen}\theta = 1$ y $\tan\theta = t/(\sqrt{2}-t)$ que en cartesianas se escribe como $x + y = 1$, $y/x = t/(\sqrt{2}-t)$. Despejando, $\big(x(t), y(t)\big) = \big(1 - t/\sqrt{2}, t/\sqrt{2}\big)$ que es una recta en $\mathbb{R}^2$ parametrizada por longitud de arco, así pues una geodésica con la métrica usual y, como vimos en clase, $dr^2 + r^2 d\theta^2$ es la métrica usual en la carta en polares.