

Apellidos y Nombre:

.....

1) [3 puntos] Decide si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, dando una pequeña explicación.

- a) Las ecuaciones de Euler-Lagrange para el lagrangiano $L(t, q, \dot{q}) = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}Kq^2$ con $m, K \in \mathbb{R}^+$, equivalen a $\ddot{q} + \frac{K}{m}q = 0$.
- b) En \mathbb{R}^2 con la carta trivial (coordenadas cartesianas), se cumple $dx \otimes dy = dy \otimes dx$.
- c) Si $f : M \rightarrow N$ es una función C^∞ entre variedades y f es inyectiva, la aplicación tangente $T_p(M) \rightarrow T_{f(p)}(N)$ es inyectiva para cada $p \in M$.

2) [3 puntos] Expresa el campo de vectores tangentes $(x^2+y^2)\frac{\partial}{\partial x}$ de \mathbb{R}^2 (con las coordenadas cartesianas) en la carta en coordenadas polares.

3) [3 puntos] Si T es un tensor de tipo $(1, 1)$ en una variedad, se define su traza en cada punto como T_i^i . Demuestra que no depende de la carta elegida.

4) [1 punto] ¿Qué dimensión tiene la variedad (subvariedad de \mathbb{R}^9) formada por las matrices simétricas reales 3×3 con polinomio característico $\lambda^2(\lambda - 1)$? Puedes razonar intuitivamente.