1) Probar por inducción que para cualquier $n \in \mathbb{N}$ el número $8^n + 6$ es divisible por 7.

2) Salí de casa con menos de 100 euros, y de ese dinero que llevaba, al volver me queda justo la mitad: n euros con m céntimos. Pero qué curioso, m es justo el número de euros completos que llevaba al salir, y n es la mitad del de céntimos sobrantes que llevaba. ¿Cuánto dinero me queda?

3) Sean dos funciones $f : X \longrightarrow Y$ y $g : Y \longrightarrow Z$. Supongamos que $g \circ f : X \longrightarrow Z$ es biyectiva. ¿Se concluye necesariamente que f y g deben ser biyectivas?

---

1. Cierto si $n = 0$, porque $8^0 + 6 = 1 + 6 = 7$.
   Pero $(8^{n+1} + 6) - (8^n + 6) = 8^{n+1} - 8^n = 7 \times 8^n$, y la suma de dos múltiplos de 7, también lo es.
2. Sabemos que salí con $m + 2n/100 = 2(n + m/100)$ Euros. Simplificando: $100m + 2n = 200n + 2m$, luego $49m = 99n$, que si es $0 < m < 100$, sólo se cumple para los enteros $m, n = 99, 49$: 49.99 Euros.
3. Si $X = Z = \{1\}$, $Y = \{0, 1\}$ y las dos funciones f, g tienen valor constante $= 1$, la composición es biyección sin que ninguna de ellas lo sea. (Lo mismo se puede hacer p.ej. con cualquier $X = Z \subsetneq Y$).