

APELLIDOS Y NOMBRE _____

D.N.I. _____ FIRMA _____

--	--	--	--

1) Demostrar por inducción que para todo $n \geq 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}.$$

2) Sea la relación en $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ definida mediante

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a \leq c \quad \text{y} \quad a^2 + b^2 \leq c^2 + d^2.$$

Explicar si es una relación de orden. Nota: $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$.

3) Decidir razonadamente si existe una función biyectiva $f : [0, \infty) \rightarrow [0, 1)$, dando un ejemplo en caso afirmativo o una demostración de imposibilidad en caso negativo.
