

**ENUNCIADOS, CON POSIBLES RESPUESTAS,** de los ejercicios de hoy **21/11**.

- 1) Hoy es miércoles. ¿Qué día de la semana será dentro de  $3^{33}$  días?

*Respuesta:* Como  $\phi(7) = 6$ , se tiene en  $\mathbb{Z}_7 : 3^6 \equiv 1$  (Pequeño Teorema de Fermat), luego  $3^{33} \equiv 27$ . Así que será **MARTES**. (Si no han cambiado el calendario para entonces :-)

- 2) Estudiar si la función  $f : \mathbb{Z}_{11}^* \rightarrow \mathbb{Z}_{11}^*$  que asigna a cada  $\bar{x}$  su inverso (multiplicativo) es biyectiva y hallar  $f^{-1}(\{\bar{2}, \bar{3}\})$ . Notación:  $\mathbb{Z}_{11}^* = \mathcal{U}(\mathbb{Z}_{11}) = \{\text{elementos de } \mathbb{Z}_{11} \text{ con inverso}\}$ .

*Respuesta:*  $f$  es:  $\begin{cases} \text{sobre, por definición de } \mathbb{Z}_m^* : \text{ cada } \bar{x} \text{ es inverso de alguien;} \\ \text{inyectiva: } f(\bar{a}) = \bar{c} = f(\bar{b}) \Rightarrow \bar{a} = \bar{a}\bar{1} = \bar{a}\bar{c}\bar{b} = \bar{1}\bar{b} = \bar{b}. \end{cases}$

Si  $m = 11$ ,  $f^{-1}(\{\bar{2}, \bar{3}\}) = \{\bar{4}, \bar{6}\}$ , porque:  $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \equiv 1 \pmod{11}$ .

- 3) Hallar razonadamente una fórmula para todos los múltiplos de 7 que dejen resto 1 al ser divididos por 23.

*Respuesta:* Una solución es  $x = 10 \cdot 7 = 1 + 23 \cdot 3$ .

Las demás serán ésta + las de la homogénea:  $23|(x - 10 \cdot 7) \Leftrightarrow x = 7 \cdot (10 + 23k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .