



Asignatura: Conjuntos y Números  
Código: 16436  
Centro: Ciencias  
Titulación: Matemáticas  
Nivel: Grado  
Tipo: Formación Básica  
Nº. de Créditos 9

## 1. ASIGNATURA / COURSE TITLE

CONJUNTOS Y NÚMEROS / SETS AND NUMBERS

### 1.1. Código / Course number

16436

### 1.2. Materia/ Content area

EL LENGUAJE MATEMÁTICO

### 1.3. Tipo / Course type

Formación básica / Compulsory subject

### 1.4. Nivel / Course level

Grado / Bachelor (first cycle)

### 1.5. Curso / Year

1º / 1<sup>st</sup>

### 1.6. Semestre / Semester

1º / 1<sup>st</sup> (Fall semester)

### 1.7. Número de créditos / Credit allotment

9 créditos ECTS / 9 ECTS credits

### 1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Ninguno específico / None



Asignatura: Conjuntos y Números  
Código: 16436  
Centro: Ciencias  
Titulación: Matemáticas  
Nivel: Grado  
Tipo: Formación Básica  
Nº. de Créditos 9

## 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales/ **Minimun attendance requirement**

Ninguno / **None**

## 1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesores de teoría:

- Antonio Córdoba. Despacho 17-601, [antonio.cordoba@uam.es](mailto:antonio.cordoba@uam.es)
- Bernardo López. Despacho 17-211, [bernardo.lopez@uam.es](mailto:bernardo.lopez@uam.es)
- Dmitry Yakubovich. Despacho 08-204, [dmitry.yakubovich@uam.es](mailto:dmitry.yakubovich@uam.es)  
*(coordinador de la asignatura)*

Profesores de problemas:

- Fernando Chamizo. Despacho 17-307, [fernando.chamizo@uam.es](mailto:fernando.chamizo@uam.es)
- David Torres Téigell. Despacho 17-606, [david.torres@uam.es](mailto:david.torres@uam.es)
- Dmitry Yakubovich. Despacho 08-204, [dmitry.yakubovich@uam.es](mailto:dmitry.yakubovich@uam.es)

## 1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

- Comprender y llegar a utilizar con soltura el lenguaje básico de las Matemáticas: lógica proposicional elemental, uso de cuantificadores, teoría de conjuntos y manejo de funciones y relaciones.
- Entender lo que es una demostración y los tipos principales de demostración que existen: inducción, reducción al absurdo, etc.
- Conseguir expresar las ideas con claridad y precisión, empleando con solvencia el lenguaje formal esencial.
- Reforzar la capacidad del estudiante para el razonamiento lógico, en particular, para entender y generar por su propia cuenta demostraciones matemáticas
- Entender la estructura general del edificio de la Matemática.
- Familiarizarse con las relaciones binarias y las estructuras abstractas de grupos, anillos y cuerpos.
- Familiarizarse con los distintos conjuntos de números que se utilizan en Matemáticas, recorriendo el camino histórico desde los números naturales, a través de los enteros y los racionales y terminando con la construcción de los números reales y complejos.
- Estudiar la divisibilidad y las congruencias como antesala de algunos resultados sencillos de Teoría de Números, que sirven para probar la madurez lógica alcanzada.
- Manejar de forma solvente los polinomios y las funciones racionales.
- Tomar contacto con los cardinales y ordinales infinitos, distinguiendo sobre todo los conjuntos numerables de los que no lo son.



## 1.12. Contenidos del programa / **Course contents**

### BLOQUE I: CONJUNTOS Y FUNCIONES

#### 1. Lógica elemental.

- Proposiciones. Lógica proposicional.
- Cuantificadores.
- Métodos de demostración.
- Demostración por inducción.

#### 2. Conjuntos.

- Formas de especificar un conjunto.
- Igualdad de conjuntos.
- El Conjunto Vacío.
- Relación de Inclusión.
- Operaciones con conjuntos.
- Partes de un Conjunto.
- Números combinatorios. Teorema del binomio de Newton.
- Álgebra de Boole.
- Conjunto Universal (Paradojas).

#### 3. Funciones.

- Producto cartesiano de dos conjuntos.
- Concepto de Función. Gráficas.
- Funciones Inyectivas, Sobreyectivas y Biyectivas.
- Conjuntos finitos. Principio del palomar. Ejemplos.
- Composición de Funciones y Función Inversa.
- Comportamiento respecto a la Unión, la Intersección y el Complementario.
- Operaciones binarias. Grupos, anillos, cuerpos.

#### 4. Relaciones de orden.

- Relación Binaria sobre un Conjunto.
- Propiedades Reflexiva, Simétrica, Antisimétrica y Transitiva.
- Relaciones de Orden.
- Máximos, mínimos, elementos maximales y minimales, cotas, supremos e ínfimos.
- Relaciones de orden total.



- Axioma de elección, conjuntos inductivos, Lema de Zorn. Ejemplos y aplicaciones.

## 5. Relaciones de Equivalencia y Cardinales.

- Relaciones de equivalencia. Clases de equivalencia,
- Particiones y conjunto cociente. Funciones definidas en el conjunto cociente.
- Conjuntos equipotentes. Teorema de Cantor-Schröder-Bernstein.
- Conjuntos numerables y no numerables. Propiedades.
- Idea de Cardinal. El Cardinal de los conjuntos numerables.
- Cardinales infinitos y la Hipótesis del Continuo.

## BLOQUE II: SISTEMAS DE NÚMEROS Y POLINOMIOS

### 6. Los Números Enteros y los Enteros Módulo $n$ .

- Propiedades de las Operaciones y el Orden en los enteros.
- Divisibilidad en los enteros.
- Congruencia módulo  $n$ .
- Teorema de la División, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.
- Algoritmo de Euclides. Identidad de Bézout.
- Números Primos entre sí. Números Primos. Teorema de Euclides. Teorema Fundamental de la Aritmética.
- Ecuaciones Diofánticas.

### 7. Congruencias, Teoría de Números elemental.

- El Pequeño Teorema de Fermat.
- La Función  $\varphi$  de Euler, Teorema de Euler.
- Ecuaciones lineales en congruencias. Sistemas de congruencias y el Teorema Chino del Resto.

### 8. Extensiones de $\mathbb{Q}$ : los cuerpos $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$ .

- Construcción de los números reales. Propiedad del supremo.
- Números complejos. Representación geométrica. Forma polar.
- Potencias y raíces de un número complejo. Raíces de la unidad.



Asignatura: Conjuntos y Números  
Código: 16436  
Centro: Ciencias  
Titulación: Matemáticas  
Nivel: Grado  
Tipo: Formación Básica  
Nº. de Créditos 9

## 9. Polinomios.

- Anillos de Polinomios (con Coeficientes en un dominio de integridad). Grado de un Polinomio.
- Teorema de la división. Ceros de un polinomio, multiplicidad. Funciones Polinómicas.
- Unidades y polinomios Irreducibles. Factorización.
- Teorema Fundamental del Álgebra. Polinomios irreducibles en  $C[X]$  y  $R[X]$ .

### 1.13. Referencias de consulta / **Course bibliography**

#### El libro de texto principal:

- A. CÓRDOBA: *La saga de los números*. Editorial Crítica, Colección Drakontos, 2006.

#### Otras referencias:

- A. CUPILLARI: *The Nuts and Bolts of Proofs*, Third Edition (paperback). Academic Press, 2005.
- K. DEVLIN: *Sets, functions, and logic: an introduction to abstract mathematics*. Chapman & Hall, 1995.
- J. DORRONSORO y E. HERNÁNDEZ: *Números, grupos y anillos*. Addison Wesley Iberoamericana, 1996.
- P. J. ECCLES: *An Introduction to Mathematical Reasoning: Numbers, Sets and Functions*. Cambridge University Press, 1997.
- W. J. GILBERT, S. A. VANSTONE, *An introduction to mathematical thinking: algebra and number systems*. Pearson Prentice Hall, 2005.
- P. HALMOS: *Naive Set Theory*. Springer, 1974.
- A. G. HAMILTON: *Numbers, sets and axioms, the apparatus of mathematics*. Cambridge University Press, 1982.
- M. W. LIEBECK: *A concise introduction to pure mathematics*. CRC Press, Taylor & Francis group, 2011.

## 2. Métodos Docentes / **Teaching methodology**

Esta asignatura se organiza mediante clases presenciales de teoría y prácticas (90 horas) a las que se añaden las horas de trabajo personal del estudiante para el estudio y la resolución de ejercicios o trabajos planteados por el profesor (120 horas). Las restantes horas se dedican a la realización de exámenes, controles intermedios u otras actividades.

En media semanal, las horas presenciales se distribuyen en:



Asignatura: Conjuntos y Números  
Código: 16436  
Centro: Ciencias  
Titulación: Matemáticas  
Nivel: Grado  
Tipo: Formación Básica  
Nº. de Créditos 9

**4 horas de teoría y problemas** (en las que se imparten los contenidos teóricos acompañados de ejercicios y ejemplos y se resuelven algunos de los problemas planteados a los estudiantes)

**2 horas de prácticas** (en las que se pretende una participación activa del estudiante a través de la resolución de ejercicios y problemas, presentaciones de trabajos, realización de controles intermedios, etc.)

El curso consta de las siguientes actividades: clases teóricas y prácticas de aula, tutorías y examen.

Las clases de aula incluyen la presentación de los contenidos teóricos, la discusión de ejemplos y la resolución de ejercicios prácticos. Durante las clases se desarrollan los conceptos y técnicas más importantes, que se aplican de manera continuada a la resolución de ejercicios y problemas.

Se dispone de una página web en la que se cuelgan materiales de apoyo, ejemplos prácticos y ejercicios.

Como sistema de apoyo a la docencia los estudiantes disponen de tutorías, previa petición de cita.

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

Actividad	Tiempo estimado en horas (ECTS)
Clases teóricas	60 (2,4)
Clases prácticas	30 (1,2)
Estudio	125 (5,1)
Pruebas de control	6 (0,2)
Examen	4 (0,1)
<b>TOTAL</b>	<b>225 h (9 ECTS)</b>



#### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

Coordinación de las actividades formativas y sistemas de evaluación dentro de un mismo módulo o materia.

Todos los grupos de estudiantes de la asignatura realizan actividades formativas similares, y el sistema de evaluación es común para todos ellos.

##### Sistema de evaluación

La nota final de la asignatura, de acuerdo con los criterios correspondientes a la evaluación continua, se determinará en la convocatoria ordinaria a partir de un promedio entre las calificaciones de los tres parciales y la calificación del examen final, según la fórmula:

$A = 50\%$  de la nota del examen final +  $50\%$  del promedio de las dos mejores notas parciales.

En aquellos casos en los que el alumno se vea penalizado por las notas obtenidas en los exámenes parciales, se considera que el examen final sirve para volver a evaluar los contenidos previos, por lo que la calificación final será el máximo entre el valor de A y la nota obtenida en el examen final.

El estudiante que haya participado en menos de dos exámenes parciales y no se presente al examen final, será calificado en la convocatoria ordinaria como “No evaluado”.

En la convocatoria extraordinaria se usará el mismo promedio que en la ordinaria.

#### 5. Cronograma\* / Course calendar

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales del estudiante
1	Tema 1	4+2	6
2	Tema 2	4+2	6
3	Tema 3	4+2	6
4	Tema 4	4+2	6
5	Tema 4	4+2	6
6	Tema 5	4+2	6



Asignatura: Conjuntos y Números  
Código: 16436  
Centro: Ciencias  
Titulación: Matemáticas  
Nivel: Grado  
Tipo: Formación Básica  
Nº. de Créditos 9

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales del estudiante
1	Tema 1	4+2	6
2	Tema 2	4+2	6
3	Tema 3	4+2	6
4	Tema 4	4+2	6
5	Tema 4	4+2	6
6	Tema 5	4+2	6
7	Tema 5	4+2	6
8	Tema 6	4+2	6
9	Tema 6	4+2	6
10	Tema 7	4+2	6
11	Tema 7	4+2	6
12	Tema 8	4+2	6
13	Tema 9	4+2	6
14	Tema 9	4+2	6

\*Este cronograma tiene carácter orientativo.