Conjuntos y Números | 1^o **de Matemáticas**
Curso 2011-2012 | 21 de diciembre de 2011
Grupo 711

Examen Parcial 3

Apellidos y Nombre ______________________________

D.N.I. ______________ Firma ______________________

1) ¿Cuál es la parte imaginaria de $(1+i)^{2012}$?

2) Hallar una ecuación de segundo grado $z^2 + az + b = 0$ cuyas raíces sean $z = 2+3i$ y $z = i$.

3) Sean $P, Q \in \mathbb{Q}[x]$ polinomios no nulos. Probar que si P y Q son coprimos entonces los polinomios $P+Q$ y $P-Q$ también son coprimos.

Soluciones

1) Como $1+i = \sqrt{2}\big(\cos\frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{4}\big)$, se tiene $(1+i)^{2012} = (\sqrt{2})^{2012}\big(\cos\frac{2012\pi}{4} + i \operatorname{sen}\frac{2012\pi}{4}\big)$ y $\operatorname{sen}(503\pi) = 0$ implica que la parte imaginaria es cero.

2) Basta considerar como primer miembro $\big(z-(2+3i)\big)(z-i)$, que operando es $z^2-(2+4i)z+i(2+3i)$, así pues $a = -2-4i$ y $b = -3+2i$.

3) Si $D \mid (P+Q)$ y $D \mid (P-Q)$ entonces sumando y restando $D \mid 2P$ y $D \mid 2Q$, o equivalentemente (estamos en $\mathbb{Q}[x]$), $D \mid P$ y $D \mid Q$. Entonces hemos demostrado que si $P+Q$ y $P-Q$ no son coprimos, tampoco lo son P y Q.